

UNIVERSIDADE FEDERAL DO SUL E SUDESTE DO PARÁ
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

JANCLEI MENDES RAMOS

**O USO DO JOGO DE XADREZ COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE
VETORES**

MARABÁ-PA

2020

JANCLEI MENDES RAMOS

**O USO DO JOGO DE XADREZ COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO DE
VETORES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará no Curso de Mestrado Profissional de ensino de física, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Tarciso Silva de Andrade Filho

MARABÁ-PA

2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Biblioteca Setorial II da UNIFESSPA

Ramos, Janclei Mendes

O uso do jogo de xadrez como metodologia para o ensino de vetores / Janclei Mendes Ramos; orientador, Tarciso Silva de Andrade Filho. — Marabá : [s.n.], 2020.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Instituto de Ciências Exatas – ICE, Mestrado Nacional em Ensino de Física – MNPEF, Marabá, 2020.

1. Física – Estudo e ensino. 2. Ensino – Meios auxiliares. 3. Xadrez. 4. Cálculo vetorial. I. Andrade Filho, Tarciso Silva de, orient. II. Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará. III. Título.

CDD: 22. ed.: 530.07

AGRADECIMENTOS

Agradeço fundamentalmente a Deus pelas bênçãos e conquista alcançada.

Aos meus pais João Batista e Jacinta Maria pelo apoio dado sempre, a minha sobrinha Krisley Leticia e aos demais familiares que mandaram forças positivas.

A todos os professores do MNPEF-UNIFESSPA, ao meu orientador Tarciso Silva pelo apoio e contribuições dadas.

Aos colegas de sala por todas as contribuições dadas nos momentos de aulas, nos momentos bizarros que também foram importantes para descontrair o ambiente e nos grupos de estudos que muito contribuiu para os meus conceitos serem melhores.

A minha esposa Élide Kele pela contribuição em ideias, por sempre acreditar que mesmo com dificuldades ia conseguir terminar esse trabalho e pelo apoio incondicional.

Aos amigos do dia-a-dia pelas palavras de incentivo e todo apoio dado, aos profissionais e alunos da Escola Estadual Dr Gabriel Sales Pimenta que ajudaram a tornar possível esse trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro durante o curso – o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – código de financiamento 001.

Agradeço a Prefeitura Municipal de Marabá por todo apoio dado e a todas as pessoas que contribuíram direta e indiretamente com esse trabalho.

RESUMO

Considerando as dificuldades que os discentes apresentam em assimilar o conteúdo de vetores presente na disciplina de física, aliada a metodologia de ensino na grande maioria das vezes tradicional, ainda usada nos dias atuais, a qual consiste basicamente em repassar de forma mecânica os conteúdos, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver o produto educacional xadrez vetorial, como instrumento para ensino desses conceitos através de analogias gráficas, algébricas e numéricas estimulando bastante o raciocínio lógico do aluno. Para tanto, utilizou-se uma metodologia quantitativa e qualitativa baseada na aplicação de dois questionários, três provas e um torneio embasados nas etapas diferenciadas de aulas realizadas em duas turmas do 3º ano do ensino médio. Nesse trabalho apesar de uma certa rejeição inicial por alguns alunos, foi evidente a evolução de muitos discentes no decorrer das etapas do trabalho melhorando bastante seu desempenho conforme veremos nos gráficos bem como o envolvimento das turmas tanto que surgiram algumas sugestões de melhorias no produto educacional. Percebe-se uma relevância no trabalho realizado, buscando inovações, estimulando aspectos importantes nas pessoas, como por exemplo interação social, disciplina, autorreflexão, tomadas de decisões, entre outras.

Palavra-chave: xadrez; vetores; ensino; física

ABSTRACT

Considering the difficulty that the students have to assimilate the content of vectors in physics, due to the traditional methodology of teaching still used nowadays that consists basically in share the contents in a mechanic way, this research aims to develop the educational product vector chess as instrument to teach these concepts through graphic, algebraic and numeric analogies stimulating considerable the logical thinking of the students. For this, it was used a quantitative and a qualitative methodology based on the application of two questionnaires, three tests and a chess tournament grounded in the different stages of classes realized in two classes of the 3rd year of high school. Despite the students reject these activities in the beginning, it was evident the evolution of most of them during the stages of the work, they improved considerable their performance as it is possible to see in the graphics, they also had some suggestions to improve the educational product. It is possible to note a great importance in the work realized, searching for innovations, stimulating important aspects in the people as social interaction, discipline, self-evaluation, decision-making and others.

Keywords: chess; vectors; teaching; physics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ilustração do vetor deslocamento.....	19
Figura 2: Propriedade comutativa da adição de vetores.....	19
Figura 3: Subtração de vetores.	20
Figura 4: Componentes vetoriais x e y.	22
Figura 5: Solução gráfica do exemplo.	23
Figura 6: Representação dos vetores unitários no plano cartesiano.	25
Figura 7: Componentes do vetor a e componentes do vetor b.	25
Figura 8: Vetor sendo dobrado e vetor sendo triplicado com mudança de sentido.	26
Figura 9: Divisão do vetor ao meio.	27
Figura 10: Equação do exemplo.....	28
Figura 11: Os três passos da regra da mão direita.	29
Figura 12: Regra da mão direita para produtos vetoriais.	30
Figura 13: O vetor $\vec{c}$ (no plano xy) é o produto vetorial dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$	32
Figura 14: Tabuleiro do jogo Senet.	35
Figura 15: Tabuleiro do jogo o Real de Ur.....	36
Figura 16: Jogo da onça.	37
Figura 17: Turma do 3º ano 01.....	44
Figura 18: Turma do 3º ano 02.	45
Figura 19: Efetuando cálculos na dinâmica de vetores usando o dardo.	46
Figura 20: Aluno fazendo o lançamento do dardo.	46
Figura 21: Aplicação do produto educacional na turma 3º ano 01.....	47
Figura 22: Aplicação do produto educacional na turma 3º ano 02.....	47
Figura 23: Torneio realizado.	48
Figura 24: diagrama representando as formas que as peças se movimentam. 69	
Figura 25: Representação de atração entre as peças e suas respectivas eliminação pelo cálculo de vetores.....	69
Figura 26: foto representando atrações simultâneas entre as peças.....	70
Figura 27: Um cheque mate (fim de jogo) de dama protegida pela torre.	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados obtidos da pergunta 1 do questionário 1.	50
Tabela 2: Dados obtidos da pergunta 2 do questionário 1.	50
Tabela 3: Dados obtidos na pergunta 3 do questionário 1.	51
Tabela 4: Dados obtidos na pergunta 4 do questionário 1.	51
Tabela 5: Dados obtidos na pergunta 5 do questionário 1.	52
Tabela 6: Dados obtidos na pergunta 6 do questionário 1.	52
Tabela 7: Dados obtidos da pergunta 1 do questionário 1.	53
Tabela 8: Dados obtidos da pergunta 2 do questionário 1.	53
Tabela 9: Dados obtidos da pergunta 3 do questionário 1.	54
Tabela 10: Dados obtidos da pergunta 4 do questionário 1.	54
Tabela 11: Dados obtidos da pergunta 5 do questionário 1.	54
Tabela 12: Dados obtidos da pergunta 6 do questionário 1.	55
Tabela 13: Desempenho dos alunos do 3° ano 01 e 3°02 na prova 2.	56
Tabela 14: Evolução de desempenho da turma 3° ano 01 na prova 1 e prova 3.	57
Tabela 15: Evolução de desempenho da turma 3° ano 02 na prova 1 e prova 3.	58

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Respostas da questão 1.	59
Gráfico 2: Respostas da questão 2.	60
Gráfico 3: Respostas da questão 3	60
Gráfico 4: Respostas da questão 4.	61
Gráfico 5: Respostas da questão 5.	61

LISTA DE SIGLAS

ENEM – Exame nacional do ensino médio

FIDE – federação internacional de xadrez

INEP – Instituto nacional de estudos e pesquisas educacionais Anísio Teixeira

TICS – Tecnologias da informação e comunicação

UNIFESSPA – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 Justificativa	12
1.2 Objetivos.....	12
1.2.1 Objetivo geral	12
1.2.2 Objetivos específicos	13
1.3 Metodologia.....	13
2 REFERENCIAL TEÓRICO	15
2.1 Obstáculos no ensino da física.....	15
2.2 Vetores.....	16
2.2.1 Breve histórico dos vetores	16
2.2.2 Operações com vetores	18
2.2.3 Componentes vetoriais	21
2.2.4 Vetores unitários	24
2.2.5 Multiplicação de vetores	25
2.2.5.1 Multiplicação de um vetor por um escalar	26
2.2.5.2 Produto Escalar.....	27
2.2.5.3 Produto vetorial.....	28
2.3 Jogos educativos.....	32
2.4 A importância de se aplicar jogos no ensino.....	34
2.5 Jogos de tabuleiro	34
2.6 O jogo de Xadrez.....	37
2.6.1 Breve história sobre a Origem e evolução do xadrez	37
2.6.2 Descrição, regras no jogo de xadrez e curiosidades	38
2.6.3 Xadrez no ensino da Física.....	41
3 APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL.....	44
3.1 Primeira etapa	44
3.2 Segunda etapa.....	46
3.3 Terceira etapa.....	48
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	49
4.1 Análise do Questionário 1 (diagnóstico)	49
4.2 Rendimento na prova 2 referente aos conhecimentos em xadrez	55
4.3 Dados comparativos entre a 1ª e a 3ª prova nas turmas do 3º ano 01 e 3º ano 02	56
4.4 Questionário 2 (avaliação do produto educacional).....	59
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64
APÊNDICES	66
Apêndice A- Produto educacional	66
Apêndice B- Questionário 1	72
Apêndice C- Questionário 2	73
Apêndice D - Prova 1	74
Apêndice E - Prova 2	78
Apêndice F - Prova 3.....	80

1 INTRODUÇÃO

Muito se tem discutido sobre os modelos pedagógicos que são feitos a partir da difusão tradicional de conhecimento do professor para o aluno. Nesse modelo de ensino tende a aparecer o docente apenas repassando o conteúdo da disciplina na lousa, ou explicando verbalmente um conteúdo previamente selecionado, do qual é pedido aos alunos o entendimento do que foi dito e a aplicação desses conteúdos através de exercícios escritos, não havendo muita interação com os discentes. Essa metodologia de ensino acaba sendo uma mera transmissão de conhecimento do professor para o aluno, e este por sua vez, deve estar apto a reproduzir o que lhe foi transmitido, ocasionando assim uma aprendizagem mecânica, onde o aluno não é solicitado a pensar nem a desenvolver seu pensamento independente e criativo. Esse método de ensino tradicional tem sido muito criticado no meio acadêmico, porém o que se percebe é que ele ainda é muito usual na maioria das escolas brasileiras.

Nos dias atuais é notório a dificuldade que se tem em fazer com que os discentes aprendam física, percebe-se isso claramente no alto índice de reprovações nas escolas e nas notas de vestibulares, esse índice remete a forma que o conteúdo é repassado em sala de aula, sendo aulas monótonas e desinteressantes para os alunos, quase que não havendo vínculo algum com o meio no qual ele está inserido, para minimizar tal problemática requer um maior investimento na formação dos docentes buscando melhoria nas metodologias e na formação dos mesmos, visto que apenas 42,6% dos docentes em física no ensino médio estão com a formação adequada (INEP, 2017).

As transformações que vem ocorrendo na forma de ensino com a inserção de ferramentas tecnológicas, os desafios atribuídos aos professores e as oportunidades com a inserção de novas formas e meios, exige dos docentes novos métodos de ensino. Volta-se a atenção para as transformações da sociedade e a necessidade de modificar as tradicionais formas de ensinar, de aprimorar constantemente as práticas e os saberes docentes (VAILLANT; MARCELO, 2012).

É muito importante desenvolvermos cada vez mais métodos dinâmicos e instigadores aos alunos. Como diz Nérice (1978, p.284):

A metodologia do ensino pode ser compreendida como um “conjunto de procedimentos didáticos, representados por seus métodos e técnicas de ensino”, esse conjunto de métodos são utilizados com o intuito de alcançar objetivos do ensino e de aprendizagem, com a máxima eficácia e, por sua vez, obter o máximo de rendimento.

Para o discente aprender física requer alguns atributos importantes, como por exemplo a concentração, disciplina e raciocínio lógico, nesse sentido o xadrez pode contribuir bastante com suas ideias gerais de jogo, visto que, essas ideias se baseiam também nesses pressupostos. O xadrez pode melhorar a concentração e a paciência, assim como também ampliar a criatividade, a percepção e a memória e, mais importante, a capacidade para ponderar e deduzir a partir de um conjunto de regras, aprendendo a tomar deliberações difíceis e a resolver problemas de maneira criativa. (DAUVERGNE, 2007, p. 12).

Deste modo, o xadrez pode ser desenvolvido de maneira pedagógica nas escolas como tema transversal com base na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996), onde, em seu Art. 26 diz:

“ Os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos”.

O presente trabalho faz menção ao relato de experiência de uma sequência de aulas desenvolvida em duas turmas de 3º ano do ensino médio da escola Dr. Gabriel Sales Pimenta, localizada no município de Marabá-PA. No trabalho é proposto uma abordagem histórica sobre vetores, um estudo desse conceito por meio de aplicações com o uso de uma variante do jogo de xadrez e questionários com a finalidade de tornar a aula mais dinâmica e satisfatória aos alunos.

Essa proposta visa facilitar a compreensão dos conteúdos mencionados, de forma que o aluno possa ser mais ativo e construtor do seu próprio conhecimento, com o professor sendo o elo para isso.

O professor não pode mais ser aquele que tem uma didática definida com papel de apenas ensinar o conteúdo, ele deve assumir seu papel de mentor e facilitador, deve priorizar e intermediar o acesso do aluno à informação. Com isso, suas técnicas devem ser aprimoradas constantemente e seus

métodos e metodologias de ensino, consequentemente, atender às necessidades que vão surgindo. (VEIGA, 2006)

Após a aplicação dessa metodologia diferenciada, espera-se que os discentes mudem essa percepção de que o aprendizado de vetores é algo “chato” e de extrema complexidade, mas que enxerguem no xadrez vetorial um meio divertido e prazeroso para se adquirir conhecimento, fomentando interesse pelo aprendizado do conteúdo.

1.1 Justificativa

O presente trabalho foi desenvolvido em vistas as dificuldades encontradas por muitos alunos no conteúdo de vetores, e em meio a isso, os conceitos abordados do mesmo, pouco compreendidos pelos discentes. Percebe-se que somente os livros didáticos não estão fornecendo arcabouço aos alunos, uma vez que são explanados de modo superficial e incompletos. Percebe-se a necessidade de inovação constante das metodologias e práticas pedagógicas. Os trabalhos desenvolvidos por meio de jogos possuem grande competência de ampliar os aspectos cognitivos e contribuir com uma maior interação social por parte do indivíduo, contribuindo bastante para a aprendizagem dos alunos, desde que sejam utilizados com fins pedagógicos. Para aprender física é necessário não raro, de habilidades como abstração, raciocínio, pensamento, reflexão, criatividade, experimentação, aspectos que sempre são desenvolvidos durante a formação dos alunos (NASCIMENTO, 2010).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho busca fomentar conceitos de vetores de modo mais ilustrativo e com uso da ludicidade encontrada nos jogos, por meio de aula expositiva e do advento do xadrez, usando-se o jogo criado xadrez vetorial em vista a tornar as aulas de física ainda mais interessantes. A proposta dessa dissertação é desenvolver um produto educacional voltado para o ensino de vetores, onde se fará

uso de variantes do jogo de xadrez como instrumento para ensino desses conceitos através de analogias, buscando facilitar a compreensão dos conteúdos.

1.2.2 Objetivos específicos

- ✓ Mostrar a relevância de se aplicar o xadrez em sala de aula numa proposta pedagógica;
- ✓ Desenvolver o raciocínio lógico do aluno utilizando-se cálculo mental;
- ✓ Despertar no aluno a importância da concentração e disciplina;
- ✓ Trabalhar conceitos de vetores
- ✓ Compreender as analogias e variantes que podem surgir no xadrez.
- ✓ Criar uma aula que favoreça o entendimento dos conceitos de vetores.
- ✓ Analisar minuciosamente essa aplicação com os possíveis acertos, erros e com os futuros aprimoramentos;
- ✓ Criar um torneio entre os alunos verificando na prática a relevância do jogo.

1.3 Metodologia

O presente trabalho se deu por meio da realização do jogo xadrez vetorial, aplicação de dois questionários, três provas e um torneio para os alunos do 3º ano 01 e 02 do ensino médio. No horário de contra turno foram realizadas as aulas voltadas para a prática do xadrez enquanto que as demais aulas, realizadas no turno em que eles estudam regularmente, trataram do conteúdo de vetores. Essa aplicação foi desenvolvida ao longo de 13 aulas com duração de 50 minutos cada.

A aplicação foi dividida em três etapas, a primeira etapa foi desenvolvida em cinco aulas, na 1ª aula foram abordados os conceitos de direção, sentido e módulo. Na 2ª aula, abordou-se o conceito de operações com vetores e vetores unitários, na 3ª aula foi lecionado o conteúdo de equivalência de vetores, componentes vetoriais e cálculo de módulo de um vetor, na quarta aula foi feito uma dinâmica com o uso do jogo de dardo, abordando diversos tópicos de vetores, por fim, na última aula dessa etapa foi aplicado uma prova escrita.

Na etapa seguinte, utilizou-se de seis aulas, das quais a primeira e a segunda aula foram destinadas a prática do xadrez tradicional (conhecer as peças, aprender

a movimentação das mesmas e noção de estratégia), na terceira aula houve uma prova para testar os conhecimentos dos alunos acerca do xadrez, na quarta aula houve a explicação do produto educacional, na quinta aula, teve a aplicação do produto com o jogo xadrez vetorial e na última aula foi aplicada uma prova escrita.

Na terceira e última etapa realizada em duas aulas, ocorreu a aplicação do segundo diagnóstico e um torneio abordando o produto educacional, que reuniu 18 alunos de ambas as turmas competindo no sistema eliminatório.

A avaliação ocorreu por meio do resultado das provas, da participação dos alunos, diagnóstico dos questionários e as habilidades desenvolvidas na aplicação do jogo e no torneio realizado.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Obstáculos no ensino da física

Segundo Hewitt (2002, p.39), “A física é mais do que um ramo das ciências da natureza. Ela é uma ciência fundamental. Ela versa sobre as coisas fundamentais, como os movimentos, as forças, a energia, a matéria, o calor, o som, a luz e o interior dos átomos”.

Como a física envolve uma série de conhecimentos, conceitos e estudos, não somente da disciplina em si, mas o seu entendimento exige também uma ligação interdisciplinar e contextualização dos conteúdos, a qual facilitaria aos discentes sua assimilação. Na maioria das vezes os alunos não conseguem interligar o que é repassado com o que é vivenciado no dia a dia, fator esse, de suma importância, pois daria um sentido aos estudos, mas para que a física fosse trabalhada de forma efetiva seria necessário um suporte adequado, contudo o que se percebe é uma precariedade de infraestrutura básica o que dificulta o trabalho dos profissionais da área.

A disciplina de física é de fundamental importância no currículo escolar, entretanto, “o ensino das ciências físicas e naturais no país está fortemente influenciado pela ausência da prática experimental, dependência excessiva do livro didático, método expositivo, reduzido número de aulas, currículo desatualizado e descontextualizado e profissionalização insuficiente do professor (PEDRISA, 2001; DIOGO; GOBARA, 2007 apud COSTA; BARROS, 2015). Esses aspectos impactam diretamente no entendimento e interesse por essa ciência, afetando diferentes níveis e modalidades de escolarização.

Há também uma necessidade de se filtrar e delimitar o que será estudado na disciplina de física, levantando os questionamentos “do que se ensinar” e para “que ser ensinado”, visto que não é possível ver todo o conteúdo de forma satisfatória. Para que se atinja uma educação de qualidade e consiga formar pessoas críticas e conscientes, os conteúdos e a forma que se é repassada as disciplinas terão que se adaptar a cada realidade de ensino. “A física deve apresentar-se, portanto, como um conjunto de competências específicas que permitam perceber e lidar com os fenômenos naturais e tecnológicos, presentes tanto no cotidiano mais imediato quanto na compreensão do universo distante, a partir de princípios, leis e modelos por ela construídos” (BRASIL, 1999.)

O que se observa nas escolas é uma metodologia decorativa o que acaba gerando um conhecimento acumulado, o que não é indicado nos dias atuais, pois a partir de estudos realizados ao longo do tempo, observou-se que a acumulação de saberes não forma o ser social crítico, cidadão, trabalhador, atuante, apto a exercer seus direitos e deveres na sociedade. Isso representa uma diminuição dos potenciais criativos e do desenvolvimento cognitivo dos jovens. Portanto, é importante deter o conhecimento, mas é essencial saber colocá-los em prática quando necessário. Essa aplicação é a forma de avaliar sua utilidade, eficácia e eficiência no processo de prática e raciocínio. Não há mérito no conhecimento robotizado, sem lógica ou sentido com o cotidiano. (FERNANDES, 2016)

2.2 Vetores

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2016), os vetores são considerados um ente matemático com diversas aplicações, representa o conjunto dos segmentos orientados de reta que possuem módulo (magnitude ou intensidade), direção e sentido. É estudado em diversas áreas do conhecimento como por exemplo em disciplinas de matemática, física e engenharia. A física lida com várias grandezas que possuem amplitude e uma orientação, e precisa de uma linguagem matemática especial, a linguagem dos vetores, para descrever essas grandezas. Se você já explicou a alguém como chegar a um endereço usando expressões como “Siga por esta rua por cinco quarteirões e depois dobre à esquerda”, usou a linguagem dos vetores. Na verdade, qualquer tipo de navegação se baseia em vetores.

2.2.1 Breve histórico dos vetores

A ideia de vetores é muito antiga, estima-se que Aristóteles (384-322 A.C) já fazia uso da lei do paralelogramo, Isaac Newton lidou bastante com essas entidades vetoriais, quando se estudava força, velocidade e aceleração. Porém ainda desconhecendo o conceito de vetores, contudo ele veio a ser sistematizado a partir do século XIX.

Os vetores surgiram com as representações geométricas dos números complexos propostas por Wessel, Argand e Gauss idealizaram números complexos como pontos no plano bidimensional, isto é, como vetores bidimensionais.

Em 1827, Möbius em seu livro *The Barycentric Calculus*, criou um cálculo aritmético usando segmentos de retas, mostrando a manipulação desses segmentos com adição e multiplicação com números reais do mesmo modo que os dias atuais.

Em 1837, Hamilton mostrou que os números complexos poderiam ser considerados abstratamente como pares ordenados (a, b) de números reais. Com essa ideia da época muitos matemáticos queriam alargar o conhecimento e provar a existência da terceira dimensão, sustentando as propriedades básicas dos números complexos e reais.

Em 1843, Hamilton desenvolve um sistema quadridimensional que chamou de quatérnios. Esse sistema foi escrito da forma $q = w + ix + jy + kz$, onde w , x , y , e z eram números reais, sendo que ele considerou o primeiro termo de escalar e os demais termos denominou de componentes retangulares, ele usou suas "fórmulas fundamentais", $i^2 = j^2 = k^2 = -ijk = -1$, para multiplicar quatérnios, e imediatamente descobriu que o produto, $q_1 q_2 = -q_2 q_1$, não era comutativo.

Grassmann, em 1844 escreve o livro *The Calculus of Extension*, muito conhecido por *Ausdehnungslehre*. Nesse trabalho Grassmann expandiu o que se entendia por vetores ele saiu da ideia de duas ou três dimensões para o número n dimensões, isso adiantou parte da álgebra matricial e linear moderna e análise vetorial. Porém muitos estudiosos da época desprezaram esse trabalho de Grassmann por considerarem muito abstrato. Mais tarde já próximo de sua morte (1877) suas ideias começaram a ser melhor entendidas e conseqüentemente passou a ser mais reconhecido.

No período da metade do século XIX surgiu com grandes trabalhos, o norte americano Peirce na área um notável matemático ele lecionou na universidade de Harvard durante quase 50 anos escreveu os livros *System of Analytical Mechanics* (duas edições) e *Linear Associative Algebra*, esse último em 1870.

Outro grande expoente no assunto na segunda metade do século XIX foi Maxwell, responsável por classificar as variáveis em duas categorias que conhecemos até hoje, escalar e vetorial, destacou que os quatérnios tornava sentido as analogias matemáticas em física. Contudo ele defendia o uso de um método puramente vetorial e não envolvendo as três componentes vetoriais.

Clifford, foi outro matemático importante, era admirador do trabalho de Grassmann e defendia profundamente o uso dos vetores, através da decomposição do produto de dois quatérnios em dois produtos vetoriais diferentes, ele denominou produto escalar e produto vetorial nomenclatura que usamos nos dias atuais, acabou não dando sequência em seus trabalhos pois morreu muito jovem.

Gibbs, foi um notável físico-matemático, estudou os trabalhos de Grassmann (Ausdehnungslehree) e Hamilton (quatérnios), fato esse que contribuiu para as suas descobertas desenvolvendo a álgebra vetorial e a análise vetorial, foi autor do livro Vector Analysis (1901), primeiro livro moderno de análise vetorial

Oliver Heaviside, foi um físico autodidata, foi bastante influenciado pelas de Maxwell e Gibbs, contudo desenvolveu sua própria análise vetorial.

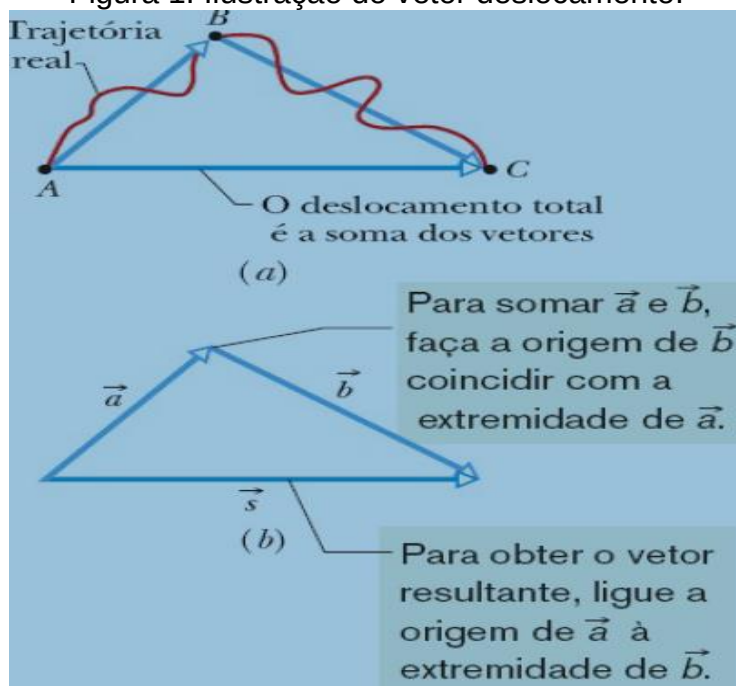
Com as grandes descobertas feitas por esses ótimos físicos e matemáticos os métodos vetoriais passaram a ser cada vez mais reconhecidos no cenário mundial, foram defendidos e utilizados em vários lugares do mundo, como na Itália (1887, 1888, 1897), Rússia (1907) e na Holanda (1903). Os vetores agora passam a ser uma linguagem moderna de grande parte da física e da matemática aplicada também as engenharias.

2.2.2 Operações com vetores

Dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ podem ser somados geometricamente desenhando-os na mesma escala, com a origem do segundo vetor na extremidade do primeiro. O vetor que liga a origem do primeiro vetor à extremidade do segundo é o vetor soma, $\vec{s}$, esse método também é conhecido como regra do polígono. Para subtrair $\vec{b}$ de $\vec{a}$, basta inverter o sentido de $\vec{b}$, escrevendo $-\vec{b}$, e somar $-\vec{b}$ a $\vec{a}$.

Supondo que um corpo se desloque de A para B e, depois, de B para C. Podemos representar o deslocamento total (independentemente da trajetória seguida por esse corpo) através de dois vetores deslocamento sucessivos, AB e BC. O deslocamento total é um único deslocamento de A para C. Chamamos AC de vetor soma (ou vetor resultante) conforme figura 1.

Figura 1: Ilustração do vetor deslocamento.

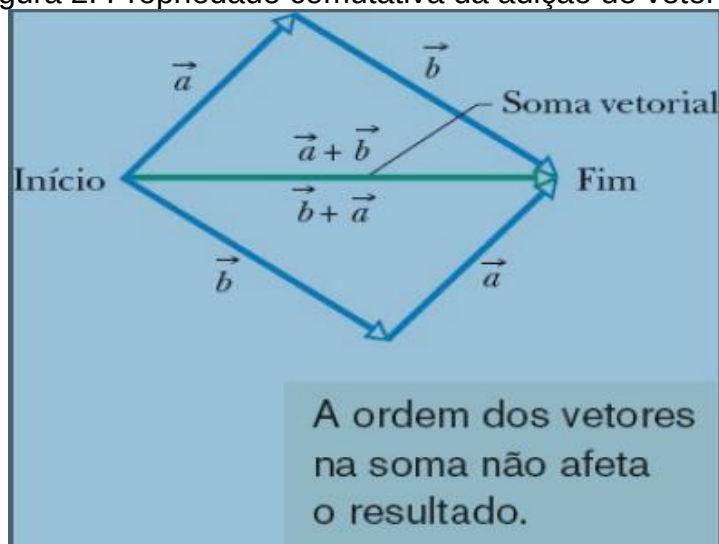


Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Propriedades: A soma vetorial, definida desse modo, possui duas propriedades importantes. Em primeiro lugar, a ordem em que os vetores são somados é irrelevante. Ou seja, somar vetor a com vetor b é o mesmo que somar vetor b com vetor a :

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \text{ - propriedade comutativa}$$

Figura 2: Propriedade comutativa da adição de vetores.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

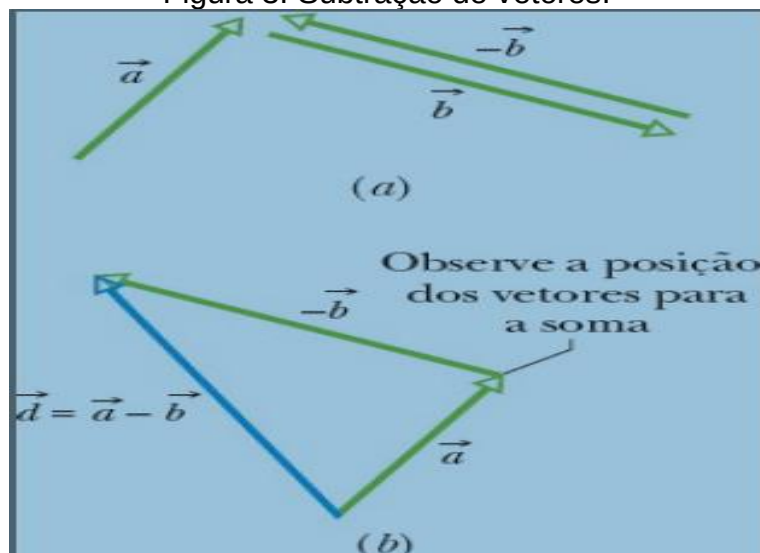
Em segundo lugar, quando existem mais de dois vetores, podemos agrupá-los em qualquer ordem para somá-los. Assim, se queremos somar os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, e $\vec{c}$ podemos somar $\vec{a}$ e $\vec{b}$ e somar o resultado a $\vec{c}$. Podemos também somar $\vec{b}$ e $\vec{c}$ e depois somar o resultado a $\vec{a}$; o resultado é o mesmo, $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ propriedade associativa, conforme veremos na representação geométrica a seguir.

Podemos também efetuar a soma de dois vetores opostos e observamos que a sua adição sempre será nula.

$$\begin{array}{ccc} \longrightarrow & \vec{b} & \vec{b} + (-\vec{b}) = 0 \\ \longleftarrow & (-\vec{b}) & \end{array}$$

Desse modo, quando estamos somando vetores opostos, na prática é como se estivemos subtraindo $\vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$. A figura a seguir ilustra o que foi mencionado acima.

Figura 3: Subtração de vetores.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Ainda que apresentemos como exemplo vetores deslocamento, os princípios para somar e subtrair vetores se aplicam a vetores de qualquer tipo, sejam eles usados para representar velocidade, aceleração ou qualquer outra grandeza vetorial. Por outro lado, apenas vetores de mesma natureza podem ser somados. Assim, por exemplo, podemos somar dois deslocamentos ou duas velocidades, mas não faz sentido somar um deslocamento e uma velocidade. O equivalente na aritmética dos escalares seria tentar somar medidas em metros a uma medida em m/s.

2.2.3 Componentes vetoriais

A componente de um vetor nada mais é do que a projeção de um vetor em um eixo de coordenadas, podemos dá como exemplo a seguinte situação: dado um vetor $\vec{a}$ suas componentes serão a_y em relação ao eixo y e a_x com relação ao eixo x, vamos desprezar aqui uma possível terceira componente que seria a_z com relação ao eixo z.

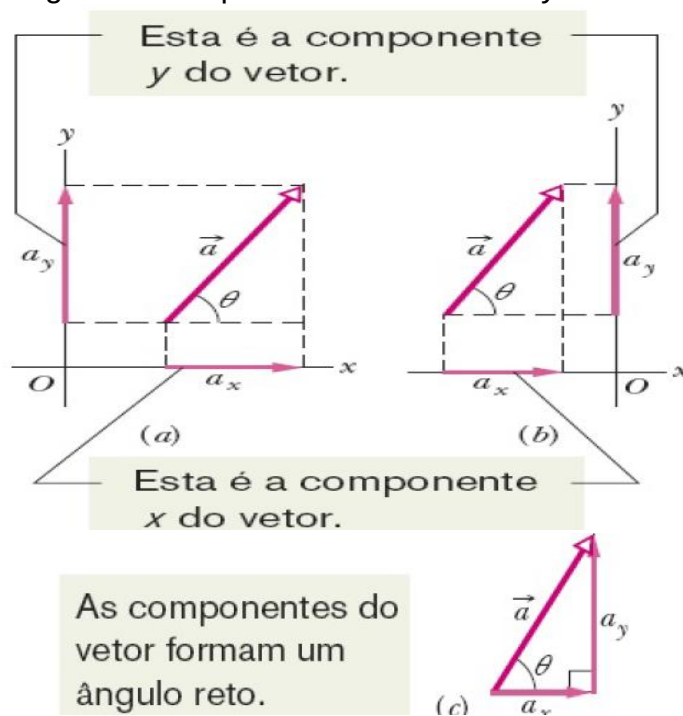
Para encontrar a projeção de um vetor em um eixo, traçamos retas perpendiculares ao eixo a partir da origem e da extremidade do vetor, como mostra a figura 4. A projeção de um vetor no eixo x é chamada de componente x do vetor; a projeção no eixo y recebe o nome de componente y. O processo de obter as componentes de um vetor é chamado de decomposição do vetor.

A componente de um vetor possui o mesmo sentido (em relação ao eixo que ela está inserida). Na Figura 4, a_x e a_y são positivas porque apontam no sentido positivo dos dois eixos. (Observe as setas que mostram o sentido das componentes.) Se invertêssemos o sentido do vetor, as componentes seriam negativas e as setas apontariam no sentido negativo dos eixos x e y. A decomposição do vetor da Figura leva a uma componente b_x positiva e a uma componente b_y negativa. Quando deslocamos um vetor sem mudar a orientação, as componentes não mudam.

Podemos determinar geometricamente as componentes do $\vec{a}$ a partir do triângulo retângulo mostrado:

$$a_x = a \cos\theta \text{ e } a_y = a \sin\theta$$

Figura 4: Componentes vetoriais x e y.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Em que se considera θ o ângulo que o vetor faz com o semieixo x positivo, e a é o módulo do $\vec{a}$. A figura 4 mostra que as componentes x e y do vetor formam um triângulo retângulo e que é possível reconstruir um vetor a a partir das componentes, basta posicionar a origem de uma das componentes na extremidade da outra e completar o triângulo retângulo ligando a origem livre à extremidade livre (regra do polígono).

Uma vez que um vetor tenha sido decomposto em relação a um conjunto de eixos, as componentes podem ser usadas no lugar do vetor. Assim, por exemplo, o vetor da Figura é dado por $\vec{a}$ que indica seu módulo e θ significa sua inclinação, porém pode ser representado pelas componentes a_x e a_y . Os dois pares de valores contêm a mesma informação. Se conhecemos um vetor na notação de componentes (a_x e a_y) e queremos especificá-lo na notação modular-ângulo (a e θ), basta usar as equações:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \text{ e } \tan \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

Para efetuar a transformação. No caso mais geral de três dimensões, precisamos do módulo e de dois ângulos (α , θ e ϕ , digamos) ou de três componentes (a_x , a_y e a_z) para especificar um vetor. Vejamos dois exemplos de aplicação:

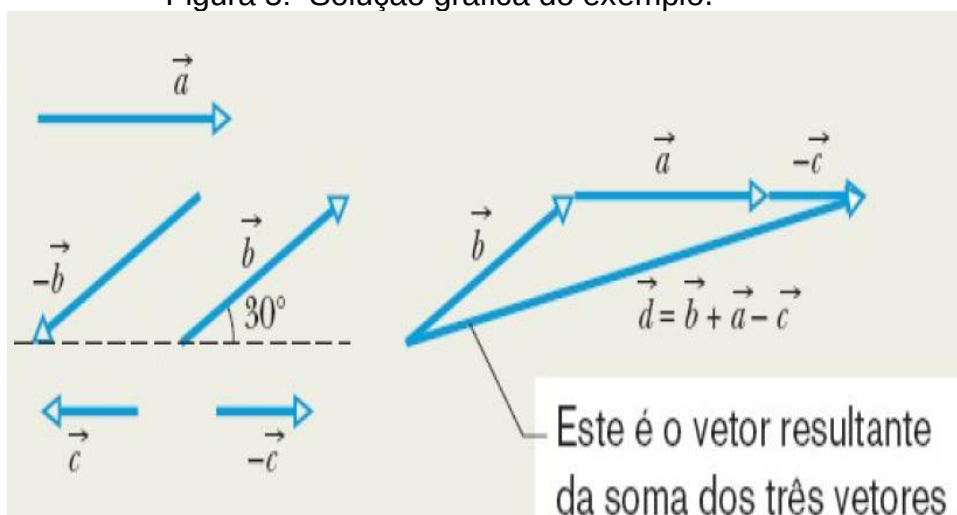
Exemplo 1: (Soma gráfica de vetores: um teste de campo):

Em um teste de campo, você recebe a tarefa de se afastar o máximo possível de um acampamento por meio de três deslocamentos retilíneos. Você pode usar os seguintes deslocamentos, em qualquer ordem: (a) $\vec{a}$, 2,0 km para leste; (b) $\vec{b}$, 2,0 km 30° ao norte do leste; (c) $\vec{c}$, 1,0 km para oeste. Você pode também substituir $\vec{b}$ por $-\vec{b}$ e $\vec{c}$ por $-\vec{c}$. Qual é a maior distância que você pode atingir após o terceiro deslocamento? (A direção do deslocamento total fica a seu critério.)

Solução: Usando-se uma escala para efeito de cálculo, desenhemos os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $-\vec{b}$ e $-\vec{c}$, como mostra a figura abaixo. Em seguida, deslocamos mentalmente os vetores sobre a página, sem mudar a orientação, ligando três vetores de cada vez, em um arranjo no qual a origem do segundo vetor está ligada à extremidade do primeiro, e a origem do terceiro está ligada à extremidade do segundo, para encontrar o vetor soma, $\vec{d}$. A origem do primeiro vetor representa o acampamento, e a extremidade do terceiro vetor representa o ponto de destino. O vetor soma vai da origem do primeiro vetor à extremidade do terceiro. O módulo d do vetor soma é a distância entre o ponto de destino e o acampamento. Nosso objetivo é maximizar essa distância.

Analisando todas as possibilidades, o caso favorável a problemática é a sequência $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $-\vec{c}$. A ordem em que os vetores são somados não importa (lei comutativa da adição de vetores).

Figura 5: Solução gráfica do exemplo.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Exemplo 2: (Determinação das componentes de um vetor: rota de um avião):

Um pequeno avião decola de um aeroporto em um dia nublado e é avistado mais tarde a 215 km de distância, em um curso que faz um ângulo de 22° a leste do norte. A que distância a leste e ao norte do aeroporto está o avião no momento em que é avistado?

Solução: Conhecemos o módulo (215 km) e o ângulo (22° a leste do norte) de um vetor e precisamos determinar as componentes do vetor. Desenhemos um sistema de coordenadas xy com o sentido positivo de x para leste e o de y para o norte como mostra a figura abaixo. Por conveniência, a origem é colocada no aeroporto. (Isso não é obrigatório. Poderíamos escolher qualquer ponto para origem e qualquer orientação para os eixos, mas, se a escolha é nossa, por que tornar o problema mais difícil?) O deslocamento $\vec{d}$ do avião aponta da origem para o ponto em que o avião foi avistado.

Para determinar as componentes do $\vec{d}$, utilizamos a seguinte equação com $\theta = 68^\circ$ ($= 90^\circ - 22^\circ$):

$$\begin{aligned}d_x &= d \cos \theta & d_y &= d \sin \theta \\d_x &= 215 \cdot \cos 68^\circ & d_y &= 215 \cdot \sin 68^\circ \\d_x &= 81 \text{ km} & d_y &= 199 \text{ km}\end{aligned}$$

Assim sendo, o avião foi visto 81 km a leste e 199 km ao norte do aeroporto.

2.2.4 Vetores unitários

Os vetores unitários possui a seguinte notação $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$, têm módulo 1, estão indicadas no sentido positivo dos eixos x, y e z, respectivamente, em um sistema de coordenadas dextrogiro. Um sistema permanece dextrogiro quando os três eixos sofrem a mesma rotação. Na notação dos vetores unitários, um vetor $\vec{a}$ assume a forma:

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

Sendo que $a_x \hat{i}$, $a_y \hat{j}$ e $a_z \hat{k}$ são as componentes vetoriais de $\vec{a}$ e a_x , a_y e a_z são as componentes escalares.

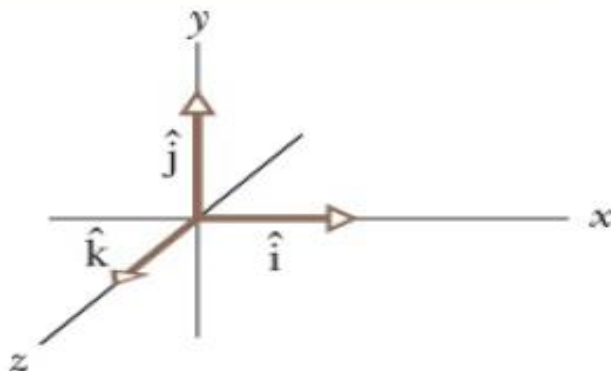
Os vetores unitários são muito úteis para especificar outros vetores, assim, por exemplo, podemos expressar os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

$$\vec{b} = b_x \hat{i} + b_y \hat{j}$$

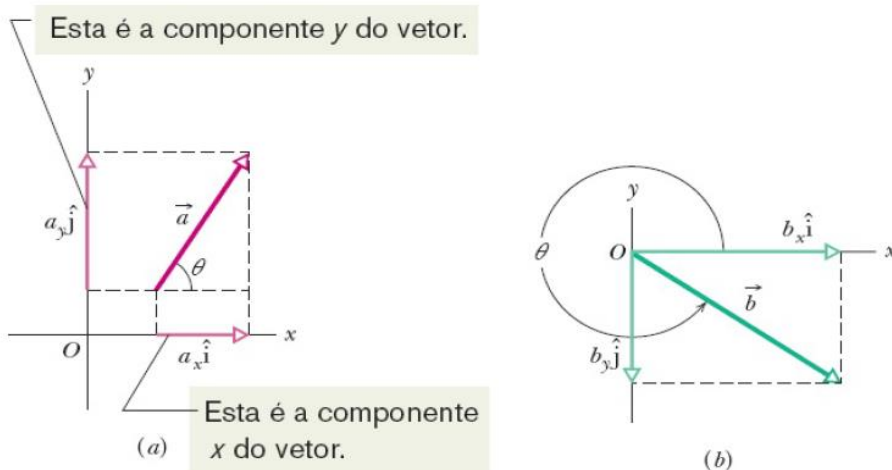
Figura 6: Representação dos vetores unitários no plano cartesiano.

Os vetores unitários coincidem com os eixos.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Figura 7: Componentes do vetor a e componentes do vetor b.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Nas duas representações ilustradas na figura 7. As grandezas $a_x \hat{i}$ e $a_y \hat{j}$ são vetores, conhecidos como componentes vetoriais de $\vec{a}$. Enquanto que a_x e a_y funcionam como escalares, conhecidas como componentes escalares de $\vec{a}$.

2.2.5 Multiplicação de vetores

Existem basicamente três modos de se multiplicar vetores, porém destaca-se a multiplicação algébrica. Ao ler a exposição a seguir, tenha em mente que uma

calculadora o ajudará a multiplicar vetores apenas se você compreender as regras básicas desse tipo de multiplicação.

Nesse tipo de operação podemos ter multiplicação de um vetor por um escalar, multiplicação de um vetor por um vetor, o Produto Escalar e produto vetorial.

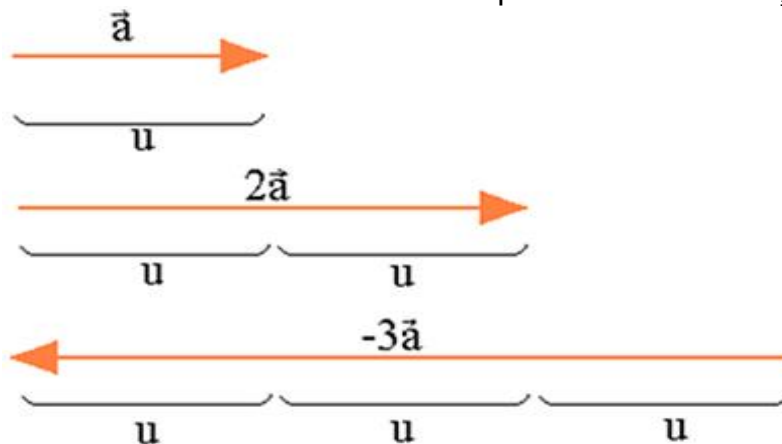
2.2.5.1 Multiplicação de um vetor por um escalar

Vamos imaginar um número real (escalar) k , sendo $k \neq 0$ e um vetor $\vec{a} \neq 0$. O produto de k por $\vec{a}$ é um vetor que vamos considerar de $\vec{w}$, com mesma direção e sentido de $\vec{a}$, se k for positivo e o sentido oposto se k for negativo, representado por: $\vec{w} = k \cdot \vec{a}$.

Para dividir $\vec{a}$ por k , basta multiplicamos o vetor por $1/k$.

Sendo $k \neq 0$, o produto $\frac{1}{k} \cdot \vec{a}$ pode ser representado por $\frac{\vec{a}}{k}$. Por exemplo, na figura abaixo temos um vetor $\vec{a}$ com $|\vec{a}| = U$. O vetor $2\vec{a}$ tem módulo 2 e o mesmo sentido de $\vec{a}$. O vetor $-3\vec{a}$ possui módulo 3 e sentido oposto ao de $\vec{a}$.

Figura 8: Vetor sendo dobrado e vetor sendo triplicado com mudança de sentido.

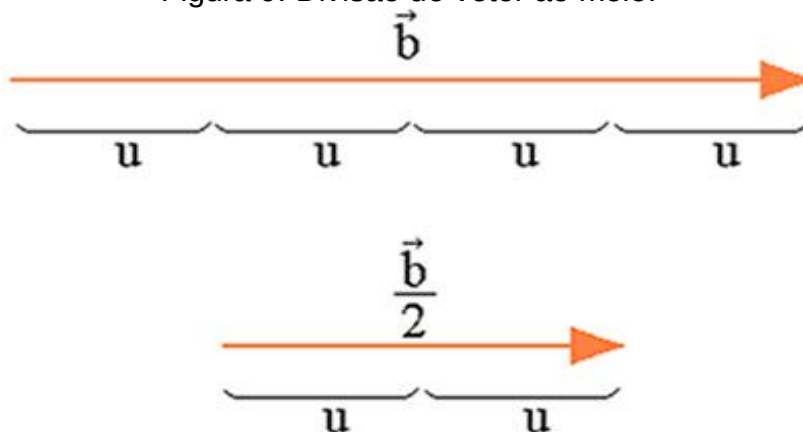


Fonte: Domiciano Silva¹.

Na figura abaixo, o vetor $\vec{b}$ possui módulo 4. O vetor $\frac{\vec{b}}{2}$ possui módulo 2.

¹ Disponível em: < <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/multiplicando-um-vetor-por-um-numero.htm>>. Acesso em: 11/09/2019.

Figura 9: Divisão do vetor ao meio.

Fonte: Domiciano Silva¹.

Tem-se como resultado (figura 9):

$$\left| \frac{\vec{b}}{2} \right| = \frac{\left| \vec{b} \right|}{2} = \frac{4u}{2} = \frac{4u}{2} = 2u$$

2.2.5.2 Produto Escalar

O produto escalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$ é a multiplicação do $\vec{a}$ e $\vec{b}$, tem como resultado uma grandeza escalar. Ele associa a dois vetores um número real e é definido por:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \phi$$

Onde θ é o ângulo entre os dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, $|\vec{a}|$ é o módulo do vetor $\vec{a}$ e $|\vec{b}|$ é o módulo do vetor $\vec{b}$.

Na realidade, existem dois ângulos possíveis: ϕ e $360^\circ - \phi$. Qualquer um dos dois pode ser usado na equação acima, já que os cossenos dos dois ângulos são iguais.

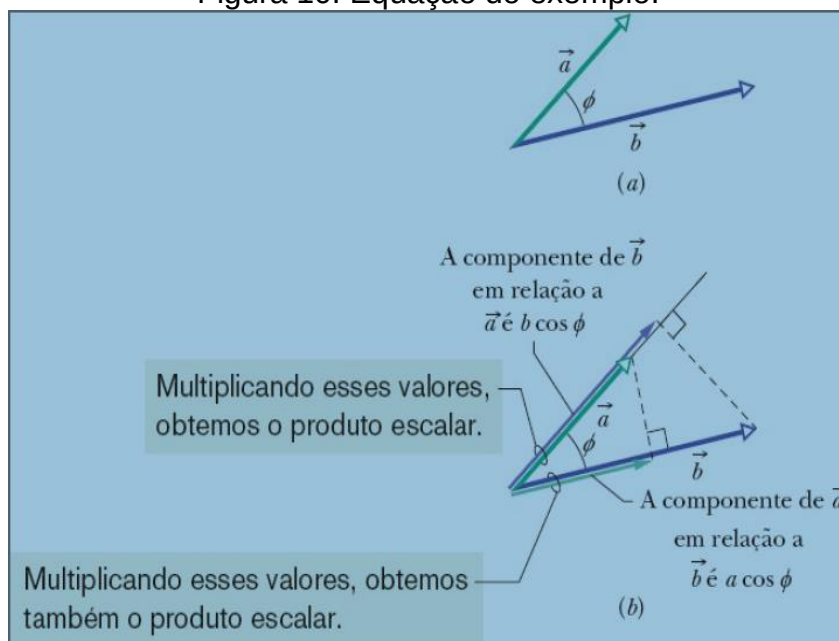
No intervalo entre 0° e 90° o cosseno possui valor maior que zero. E no intervalo entre 90° e 180° o cosseno possui valor menor que zero. Graças a isso, ao realizar o produto escalar, o resultado será maior que zero se o ângulo for agudo, e menor que zero se o ângulo for obtuso. No caso de vetores perpendiculares, a projeção de um em outro possui valor nulo, pois cosseno de 90° é igual a 0.

Ele pode ser considerado como o produto de duas grandezas: o módulo de um dos vetores e a componente escalar do outro vetor em relação ao primeiro. Assim, por exemplo, na figura a seguir, $\vec{a}$ tem uma componente escalar $a \cos \theta$ em relação a $\vec{b}$; observe que essa componente pode ser calculada traçando uma

perpendicular a $\vec{b}$, que passe pela extremidade de $\vec{a}$. Analogamente, $\vec{b}$ possui uma componente escalar $b \cos \theta$ em relação a $\vec{a}$. Assim as equações para as componentes pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (|\vec{a}| \cos \phi) (|\vec{b}|) = (|\vec{a}|) (|\vec{b}| \cos \phi).$$

Figura 10: Equação do exemplo.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Quando os dois vetores são escritos na notação dos vetores unitários, o produto escalar assume a forma:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$, desenvolvendo esse produto obtêm-se :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

2.2.5.3 Produto vetorial

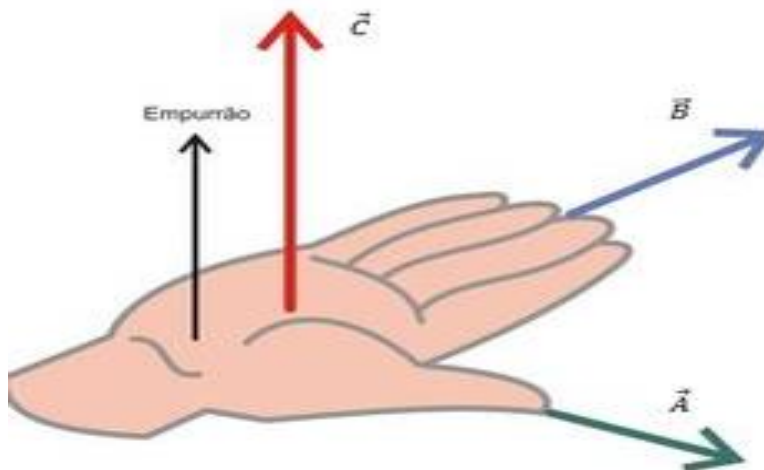
O produto vetorial de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é escrito como $\vec{a} \times \vec{b}$ e resulta em um terceiro vetor $\vec{c}$, que é perpendicular tanto ao vetor $\vec{a}$ quanto ao vetor $\vec{b}$ bem como é ortogonal ao plano que ambos os vetores formam, cujo módulo é:

$$c = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \phi$$

Usando a regra da mão direita descobrimos o sentido do vetor resultante do produto vetorial, que funciona da seguinte forma (Figura 11):

- 1º passo: o seu polegar vai ficar no sentido do primeiro vetor do produto vetorial.
 2º passo: os demais dedos vão ficar no sentido do outro vetor do produto vetorial.
 3º passo: a palma da mão vai indicar o sentido do vetor.

Figura 11: Os três passos da regra da mão direita.



Fonte: RespondeAi².

Em se tratando de produto vetorial, a ordem dos vetores é importante, estamos determinando o sentido do produto de dois vetores e diferentemente do produto escalar, aqui não existe a propriedade comutativa, ou seja:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

Podemos escrever o produto vetorial na notação de vetores unitários, da seguinte forma:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \times (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

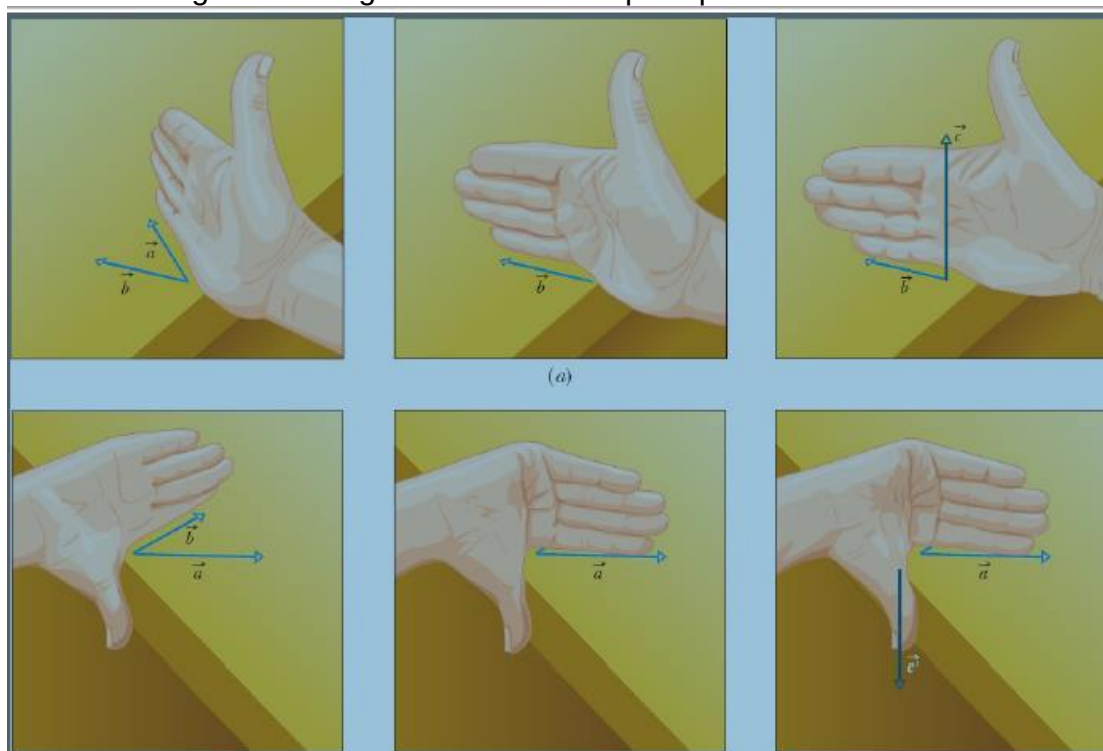
Expandindo esse produto, têm-se:

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z) \hat{i} + (a_z b_x - b_z a_x) \hat{j} + (a_x b_y - b_x a_y) \hat{k}$$

É importante ressaltar que também podemos obter o produto vetorial usando uma calculadora ou através de determinantes.

² Disponível em: < <https://www.respondeai.com.br/conteudo/fisica/grandezas-fisicas/produto-vetorial/89>.> Acesso em 11/09/2019.

Figura 12: Regra da mão direita para produtos vetoriais.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

(a) empurre o $\vec{a}$ na direção do $\vec{b}$ com os dedos da mão direita. O polegar estendido mostra a orientação do vetor $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$. (b) o vetor $\vec{b} \times \vec{a}$ tem o sentido oposto ao de $\vec{a} \times \vec{b}$ (Figura 12).

Exemplo 1:

Qual é o ângulo ϕ entre $\vec{a} = 3,0 \hat{i} - 4,0 \hat{j}$ e $\vec{b} = -2,0 \hat{i} + 3,0 \hat{k}$? (Atenção: Muitos dos cálculos a seguir não são necessários quando se usa uma calculadora, mas o leitor aprenderá mais sobre produtos escalares se, pelo menos por enquanto, executá-los manualmente.)

Resolução:

O ângulo entre as orientações dos dois vetores aparece na definição do produto escalar

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \phi$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{3,0^2 + (-4,0)^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{9 + 16}$$

$$|\vec{a}| = 5$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-2,0)^2 + 3,0^2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{4 + 9}$$

$$|\vec{b}| = 3,61$$

Podemos calcular o lado esquerdo da equação escrevendo os vetores na notação dos vetores unitários e usando a propriedade distributiva:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3,0 \hat{i} - 4,0 \hat{j}) \cdot (-2,0 \hat{i} + 3,0 \hat{k})$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (3,0) \cdot (-2,0) \cdot 1 + (3,0) \cdot (3,0) \cdot 0 + (-4,0) \cdot (-2,0) \cdot 0 + (-4,0) \cdot (3,0) \cdot 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6,0 + 0 + 0 + 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6,0$$

Substituindo esses resultados na equação acima teremos o seguinte resultado:

$$-6,0 = (5,0) \cdot (3,61) \cdot \cos \phi$$

Portanto:

$$\phi = \cos^{-1} \frac{-6,0}{(5,0) \cdot (3,61)} = 109^\circ$$

Exemplo 2:

Na figura a seguir, o vetor $\vec{a}$ está no plano xy, tem um módulo de 18 unidades e uma orientação que faz um ângulo de 250° com o semieixo x positivo. O vetor $\vec{b}$ tem um módulo de 12 unidades e está orientado ao longo do semieixo z positivo. Qual é o produto vetorial $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$?

Resolução:

Quando conhecemos dois vetores na notação módulo-ângulo, podemos calcular o módulo do produto vetorial usando a seguir e determinar a orientação do produto vetorial usando a regra da mão direita.

O módulo do produto vetorial é dado por:

$$c = ab \sin \phi$$

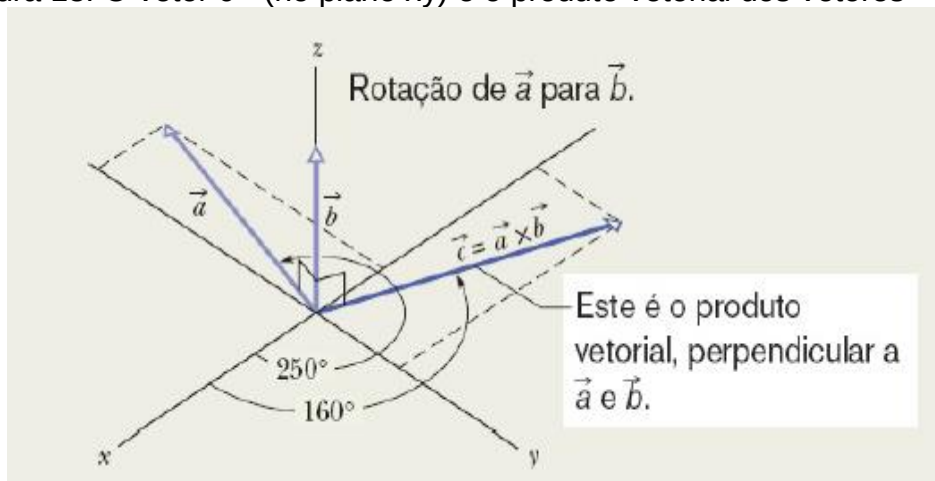
$$c = 18 \cdot 12 (\sin 90^\circ)$$

$$c = 216$$

Para determinar a orientação do produto vetorial na Figura 13, deve-se colocar os dedos da mão direita em torno de uma reta perpendicular ao plano de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ (a reta na qual se encontra o vetor $\vec{c}$) de modo que os dedos empurrem o vetor $\vec{a}$

na direção de $\vec{b}$; o polegar estendido fornece a orientação de $\vec{c}$. Assim, como mostra a figura, está no plano xy. Como a direção de $\vec{b}$ é perpendicular à direção de $\vec{a}$ (o produto vetorial sempre resulta em um vetor perpendicular aos dois vetores originais).

Figura 13: O vetor $\vec{c}$ (no plano xy) é o produto vetorial dos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker, 2016.

Resposta: $250^\circ - 90^\circ = 160^\circ$ (Com o semieixo x positivo).

2.3 Jogos educativos

Não se sabe exatamente quando surgiram os jogos educativos, os primeiros estudos ocidentais sobre o uso dos jogos como ferramenta educacional remete-se a Grécia e Roma antiga. Platão reconheceu a importância do aprendizado por meio da ludicidade em oposição ao uso da violência e da repressão para o ensino. Posteriormente, Aristóteles ressaltou a relevância do lúdico como preparação para a vida adulta, o que destacou a capacidade educativa dos jogos e brincadeiras. Porém os jogos didáticos passam a aparecer como ferramenta pedagógica de ensino a partir do século XVIII, com o resgate dos ideais humanistas. O instrumento era restrito à educação de príncipes e nobres até ser popularizada pela Revolução Francesa, em 1789.

Posteriormente, começou-se a ver o potencial da atividade lúdica como recurso educativo, primeiramente para o refinamento da leitura e do cálculo. Nos séculos posteriores, a variedade aumentou, e o jogo didático se tornou instrumento para a apropriação de conhecimento em qualquer disciplina. Já no século 20, as

teorias de Lev Vygotsky enfatizam a ideia de que os jogos proporcionam um ambiente de ensino e aprendizagem. O pesquisador russo da área da psicologia foi pioneiro ao estruturar um pensamento teórico sobre o potencial educativo das atividades lúdicas. Ele associou em seus estudos o desenvolvimento intelectual da criança à interação social propiciada pelo ato de brincar, cabe aqui a importância de se diferenciar a brincadeira do jogo, o jogo requer regras, interação, entretenimento enquanto a brincadeira é a ação de brincar, de entreter, de distrair.

Vygotsky fala ainda que a criança experimenta a subordinação às regras ao renunciar a algo que deseja, e é essa renúncia de agir sob impulsos imediatos que mediará o alcance do prazer na brincadeira.

A criação de uma situação imaginária não é algo fortuito na vida da criança; pelo contrário, é a primeira manifestação da emancipação da criança em relação às restrições situacionais. O primeiro paradoxo contido no brinquedo é que a criança opera com um significado alienado numa situação real. O segundo é que, no brinquedo, a criança segue o caminho do menor esforço – ela faz o que mais gosta de fazer, porque o brinquedo está unido ao prazer – e ao mesmo tempo, aprende a seguir os caminhos mais difíceis, subordinando-se a regras e, por conseguinte renunciando ao que ela quer, uma vez que a sujeição a regras e a renúncia a ação impulsiva constitui o caminho para o prazer do brinquedo. (VYGOTSKY, 1998, p. 130).

Nos dias atuais os jogos educativos têm sido cada vez mais aplicados na prática pedagógica educacional, eles estão bastante atrelados às tecnologias de informação e comunicação (TICS), aos simuladores, softwares, aplicativos, dentre outros. É notório que o jogo tem tido uma grande importância no ensino dos estudantes uma vez que, possibilita o equilíbrio entre o mundo externo e o mundo interno, canalizando a energia das pessoas e transformando sentimentos de angústias em prazer. Por isso requer o uso com maior frequência dos jogos no ensino de física, visto que o despertar da ludicidade no estudante, implicará numa maior significação dos conteúdos por parte dos alunos. "Se o ensino for lúdico e desafiador, a aprendizagem prolonga-se fora da sala de aula, fora da escola, pelo cotidiano, até as férias, num crescendo muito mais rico do que algumas informações que o aluno decora porque vão cair na prova" (NETO, 1992, p 44).

Para Vygotsky (1992), "as atividades lúdicas não podem ser consideradas como situações diferenciadas da vida, com características tão exclusivas que não seriam encontradas em outras atividades humanas. Não é pela oposição de ideias que iremos definir o espaço lúdico, mesmo porque esse espaço não é totalmente delimitado. Em linhas gerais o complexo "mundo" lúdico está vinculado ao processo

de ensinar/aprender/conhecer que são vitais para construção das identidades humanas”.

Faz-se imprescindível uma educação constante, dinâmica e desafiadora objetivando o crescimento de habilidades cognitivas para a obtenção e uso das informações. O jogo é, como vemos, uma das mais educativas atividades humanas, se o considerarmos por esse prisma. Ele educa não para que saibamos mais matemática ou português ou futebol; ele educa para sermos mais gente, o que não é pouco, (FREIRE, 2005). Justifica-se, portanto, a introdução dos jogos na escola analisando que são ferramentas eficazes no processo de ensino.

2.4 A importância de se aplicar jogos no ensino

Lecionar para turmas de ensino fundamental e médio com base apenas no modelo tradicional, em que os alunos ficam sentados por horas, saindo apenas no recreio e em intervalos para ir ao banheiro ou tomar água, rezando para acabar a aula e terem acesso a prática de jogos em celulares, tablets, vídeo games com variados tipos de jogos é inviável ter resultados satisfatórios hoje em dia, isso se reforça no que diz Lopes (2001):

É muito mais eficiente aprender por meio de jogos e, isso é válido para todas as idades, desde o maternal até a fase adulta. O jogo em si, possui componentes do cotidiano e o envolvimento desperta o interesse do aprendiz, que se torna sujeito ativo do processo, e a confecção dos próprios jogos é ainda muito mais emocionante do que apenas jogar. (LOPES, 2001, p. 23).

Percebe-se que é de fundamental importância ter essa interação envolvendo tecnologia, conhecimento e lúdico, uma vez que essas informações absorvidas pelos alunos passam a ter mais significados para os mesmos.

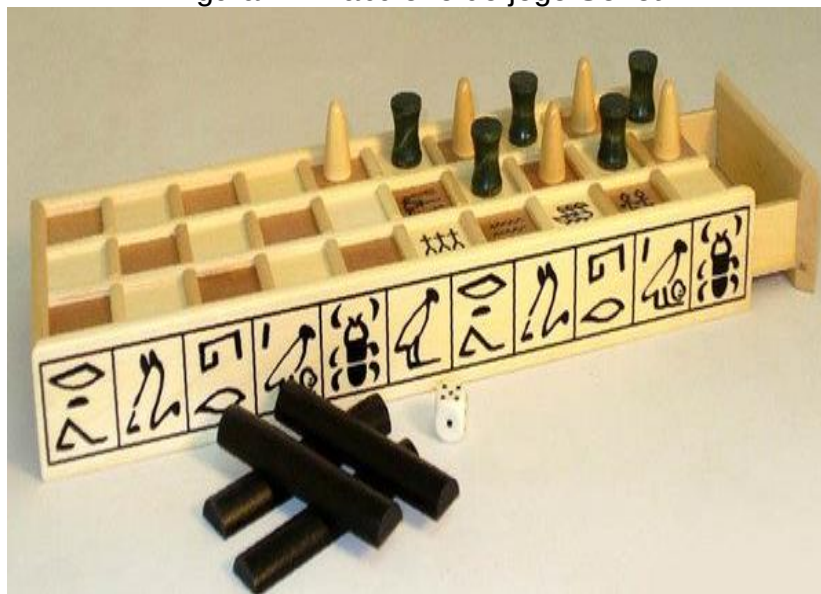
Cabe aqui ressaltar que as tecnologias e os jogos não estão sendo colocados como o “salvador da pátria” para o sucesso de uma boa aprendizagem dependem também de outros fatores como diz Rogério Joaquim: “Usar recursos digitais não é garantia de aprendizagem. A tecnologia é mais uma ferramenta, que precisa do talento do professor, interesse do aluno e o acompanhamento da família”.

2.5 Jogos de tabuleiro

Os jogos de tabuleiro não são apenas lúdicos, eles também ajudam a desenvolver e melhorar o raciocínio lógico e abstrato e a capacidade de memória. Podem representar na sua configuração situações reais do cotidiano a abstratos sem nenhum tema, pois existem muitos tipos de jogos de tabuleiro. São formados por superfícies planas e marcadas com desenhos ou marcações de acordo com a especificidade de cada jogo onde a maioria deles consiste em derrotar os jogadores adversários e acumular pontos.

Os primeiros jogos de tabuleiro são datados de aproximadamente 5000 anos a.C., em regiões do Egito e Mesopotâmia. O Senet (figura 14) e o Real de Ur (figura 15) são considerados os mais antigos e eram chamados de “jogo de passagem das almas”. Os povos desse período acreditavam que a ação de jogar era uma diversão eterna, por isso, segundo a tradição mesopotâmica, o jogo pertencente a um falecido era enterrado junto com ele.

Figura 14: Tabuleiro do jogo Senet.



Fonte: Anna Anjos³.

³ Disponível em: < http://lounge.obviousmag.org/anna_anjos/2013/01/a-origem-dos-jogos-de-tabuleiro.html>. Acesso em: 25/08/2019.

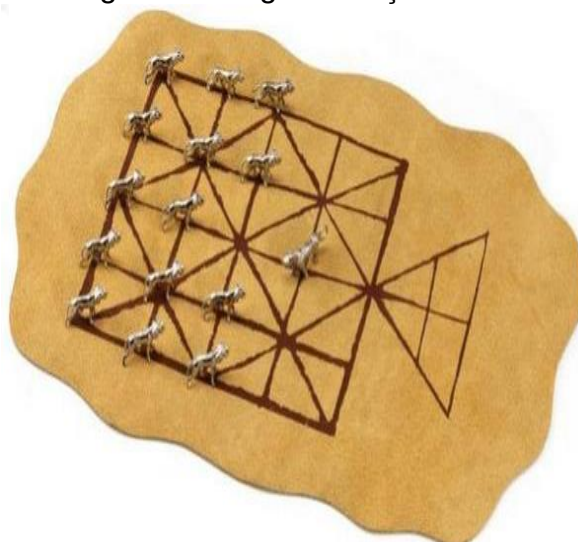
Figura 15: Tabuleiro do jogo o Real de Ur.

Fonte: Anna Anjos³.

O contato com novos povos, a partir de 31 a.C. influenciou e provocou várias adaptações aos jogos de tabuleiro e chegaram ao conhecimento de povos mais distantes, quando ocorria a troca comercial e cultural pela conhecida rota da seda. Como exemplo ocorrido com o jogo *XII scripta*, de origem romana, influenciou os tabuleiros no Norte da China. Outro jogo que provavelmente sofreu adaptações foi o *Chaturanga*, que possivelmente foi o precursor do *Xadrez*, com possível origem Indiana, suas peças faziam referência as divisões do exército que eram quatro: infantaria (peão), cavalaria (cavalo), elefantes (bispo) e carruagem (torre). Em torno de 1000 a 1100 d.C., o jogo se espalhou pelo oeste europeu, mas somente em 1945 as regras que conhecemos foram definidas, onde o jogador que deixa o rei adversário sem saída (xeque-mate) é o vencedor.

No Brasil, algumas tribos indígenas divertiam-se com o conhecido jogo da onça, foram encontrados nas regiões do Mato Grosso, Acre e São Paulo, este jogo é semelhante ao jogo de damas por ser de estratégias, ele é composto por 1 peça que representa a onça e outras 14 peças que representam os cachorros onde o objetivo da onça é capturar 5 cachorros e os cachorros devem encurralar a onça. Acredita-se que esse jogo seja de origem inca.

Figura 16: Jogo da onça.



Fonte: Anna Anjos³.

2.6 O jogo de Xadrez

2.6.1 Breve história sobre a Origem e evolução do xadrez

Há muitas divergências quanto a origem do xadrez, contudo, a mais divulgada é que ele tenha emergido da Índia. Segundo Giusti (2002), o jogo surgiu em meados do século VI na Índia, sendo seu precursor o jogo conhecido como *chaturanga*, praticado há, pelo menos 1500 anos, jogado, até então, por 4 pessoas simultaneamente, o jogo teria sido criado por um homem chamado “Sissa” como forma de entretenimento para um rei. Em sânscrito, *chaturanga* significa os “quatro elementos de um exército”, suas peças faziam referência as divisões do exército que eram quatro: infantaria (peão), cavalaria (cavalo), elefantes (bispo) e carruagem (torre), ele foi disseminado através do continente asiático principalmente pelos budistas, e adaptado ao acervo cultural de diversos países, como Coréia, china e Japão.

O jogo alcançou a Pérsia por volta de 625, sendo denominado de *chatrang* e em seguida, após a conquista árabe da Pérsia o jogo foi renomeado para *shatranj*, é da palavra persa *shah*, que significa rei, que vem o nome xadrez. O *shatanj* foi levado para Rússia a partir do século IX, pelas rotas comerciais. O jogo chegou a Europa ocidental entre os séculos VIII e X, com a invasão dos mouros da Península Ibérica, através do Império Bizantino no Leste, e com os sarracenos (invasores islâmicos da Sicília). Foi nesse período que o xadrez ganhou sua forma atual, sendo

incorporado elementos típicos da idade média, como os bispos e as torres dos castelos. (CASTRO, 1994).

Na segunda metade do século XVI, o jogo teve um grande desenvolvimento, atravessando e adaptando-se a todas as tendências históricas e modas culturais que surgira, ganhando mais popularidade e consolidação da prática do enxadrismo.

2.6.2 Descrição, regras no jogo de xadrez e curiosidades

A peça mais importante da partida é denominada REI. O jogo lembra a batalha entre dois exércitos, pois consiste em movimentar as peças como em um combate, obedecendo as regras pré-estabelecidas, tendo como objetivo atacar e encurralar o rei adversário, essa manobra é chamada de Xeque-mate.

O jogo exige muita atenção e estratégia, trabalhando também outras habilidades como disciplina, raciocínio lógico, concentração e criatividade. Como destaca Celso (1994, p.3):

“O xadrez é um jogo especial por combinar várias características. Em primeiro lugar, o acaso não existe no xadrez: ninguém ganha uma partida porque “teve sorte”, nem perde porque “teve azar”. Trata-se de um jogo movido apenas pelo raciocínio dos dois jogadores, que são os únicos responsáveis pelo resultado. Nesse sentido, pode ser dito que trata-se de um jogo perfeitamente existencialista, nele estamos, como numa expressão de Sartre, “sós e sem desculpas”. (CELSON, 1994, P. 3.).

O jogo de xadrez é jogado entre dois jogadores em um tabuleiro de 64 casas alternadamente claras e escuras, no qual, cada jogador tem inicialmente 16 peças de seis tipos (rei, dama, peões, torres, bispos e cavalos). Cada jogador conduz as peças de uma cor, efetuando em sua vez sua jogada (lance), que consiste em mover uma de suas peças respeitando as regras de movimento da mesma.

O tabuleiro deve ser posicionado de modo que a 1ª casa a direita de cada jogador seja sempre clara, inicia-se o jogo sempre com as peças claras, as peças se movimentam da seguinte maneira:

Torre: A movimentação da torre se dá somente de forma horizontal (linhas do tabuleiro) ou vertical (colunas do tabuleiro).

Bispo: Esta peça se movimenta somente nas diagonais do tabuleiro.

Dama: Uma dama pode se movimentar tanto na horizontal como na vertical (assim como uma torre) ou nas diagonais (assim como um bispo).

Rei: Se movimenta em qualquer direção, mas com limitação quanto ao número de casas. O limite de casas que um rei pode se deslocar é de uma casa por lance. O rei nunca pode fazer um movimento que resulte em um xeque para ele.

Peão: O peão somente pode fazer movimentos adjacentes à sua posição anterior, isto é, não pode retroceder. O peão, assim como o rei só pode deslocar-se 1 casa à frente por lance, no entanto, quando o peão ainda está na sua posição inicial, este pode dar um “salto” de 2 casas à frente.

Cavalo: É a única peça que pode "saltar" sobre outras peças. A movimentação do cavalo é feita em forma de "L", ou seja, anda 2 casas em qualquer direção (vertical ou horizontal) e depois mais uma em sentido perpendicular.

Algumas regras importantes devem ser respeitadas no jogo, por exemplo:

- Nenhuma peça, quando deslocada, pode ocupar uma casa que já está sendo ocupada por outra peça da mesma cor;
- Quando a casa de destino de uma peça, quando em movimento, estiver sendo ocupada por uma peça de cor adversária, a peça em movimento efetuará a captura da adversária;
- A captura feita por peças do tipo peão só é possível quando a peça a ser capturada estiver deslocada uma linha à frente e 1 coluna a direita ou a esquerda. A captura se dá na diagonal.

Há também alguns movimentos que são considerados especiais, como:

Roque: É um movimento que envolve 2 peças da mesma cor. São elas o Rei e qualquer uma das torres. O roque é feito ao mover o rei 2 casas para qualquer lado na horizontal, na maior distância percorrida pela torre chamamos de roque maior, na de menor distância percorrida pela torre se chama roque menor. Para se fazer um roque é obrigatório satisfazer as seguintes condições:

- O Rei não pode ter sido mexido até o momento do roque. Tem que estar na posição inicial.
- Assim como o Rei, a Torre também não pode ter sido mexida, portanto deve estar na sua posição inicial.
- As casas pelas quais o Rei irá passar, não podem estar sob ameaça das peças adversárias.

- Não pode haver nenhuma peça obstruindo o caminho onde passarão Rei e Torre.

Captura en-passant: esta captura é um tipo especial feita por peões. Regras para a captura en-passant:

- O peão a ser capturado deve ter feito o lance inicial de 2 casas.
- O peão que vai fazer a captura, pode fazê-la como se o peão a ser capturado estivesse exatamente 1 casa à frente da sua posição inicial e deslocado 1 coluna a esquerda ou a direita como na captura normal e deve ser feita imediatamente a captura após o lance feito pelo seu oponente.

No xadrez, há também a tão importante promoção de piões, isso ocorre quando um peão alcançar a última linha do tabuleiro (no caso das brancas a linha 8, e no caso das pretas a linha 1) é promovido, o jogador é obrigado a escolher entre uma das seguintes peças para substituí-lo: dama, torre, bispo ou cavalo.

As partidas de xadrez podem terminar empatadas ou algum dos jogadores serem declarados vencedores, nesse último caso consequentemente seu oponente será declarado perdedor.

O jogador será declarado vencedor nas seguintes situações:

- Se o jogador fazer um Xeque-Mate ao adversário;
- Se o adversário desistir da partida;
- Se acabar o tempo do adversário e ele tiver peças suficientes que lhe garanta a vitória.

A partida terminará empatada quando:

- Um jogador não puder mais efetuar jogadas consideradas legais.
- Um jogador propor o empate e o outro aceitar;
- Os jogadores não tiverem mais peças suficientes para dar xeque-mate ao adversário. É considerado material insuficiente:
 - O Rei e um Bispo;
 - O Rei e um Cavalo;
 - O Rei e dois Cavalos contra um Rei sozinho;
- Um jogador oferecer xeque-perpétuo;
- Forem feitas 50 jogadas sem captura e sem movimentação de peão;

- Determinada posição ocorrer pela 3ª vez seguida durante uma partida;
- Rei afogado, ocorre de duas formas:
 - O jogador da vez não tem jogadas legais para realizar;
 - O rei do jogador da vez não está em xeque e não pode movimentar nenhuma peça.

Nesse jogo tão fantástico e complexo há algumas curiosidades aqui mencionadas:

- ✓ Na Romênia, não só o Xadrez é uma disciplina obrigatória, como 33% da nota de Matemática dos alunos depende do desempenho no jogo;
- ✓ Judit Polgar, considerada a melhor jogadora de todos os tempos, foi a mulher mais jovem a ganhar o status de mestre internacional em 1989 quando tinha 12, e a mulher mais jovem a ganhar o status internacional de Grande mestre em 1991 na idade 15;
- ✓ O jogo o mais longo de xadrez de todos os tempos, jogados por jogadores top do ranking, teve 269 movimentos de Ivan Nikolic e Goran Arsovic em Belgrado em 1989. Durou mais de 20 horas, e resultou em um empate;
- ✓ O movimento mais lento registrado foi de Francisco R. Torres Trois, levou 2 horas e 20 minutos para fazer um movimento em um jogo contra Luis M.C.P. Santos, em Vigo, Espanha em 1980. Trois tinha somente dois movimentos possíveis a considerar.
- ✓ “Apenas os quatro primeiros lances podem produzir cerca de 72 mil diferentes posições. Os dez primeiros lances podem ser jogados de cerca de 170 seguido de 27 zeros maneiras diferentes. Trata-se, portanto, de um jogo de possibilidades inesgotáveis” (Celso,1994,p.3).

2.6.3 Xadrez no ensino da Física

A disciplina de física está entre as matérias que mais provocam aversão no ensino médio por parte dos alunos, no qual um dos motivos por não gostarem é simplesmente, por acharem-nas maçantes, tediosas, ou apenas transmissão mecânica de conhecimento sem que realmente os façam entender o raciocínio envolvido em questão. Logo, a falta de contextualização e interdisciplinaridade é

também responsável pela falta de motivação dos alunos pelas ciências exatas, reforçando a importância de se desenvolver novos métodos de ensino que despertem esse interesse, os jogos oferecem uma combinação de informação e diversão, tornando-se mais atrativos no ponto de vista dos discentes.

Segundo McDONALD (2008), Robert Ferguson, do distrito escolar de Bradford (Pennsylvania), realizou um estudo de 5 anos com estudantes. O estudo tinha como sistemática o acompanhamento de dois grupos de alunos, um grupo tinha o xadrez como atividade escolar e o outro grupo continham alunos que faziam diversas atividades escolares, exceto o xadrez. O resultado mostrou uma melhora no score de 17,3% para o grupo de xadrez contra 4,5% do outro grupo. Os testes eram feitos de problemas de raciocínio lógico e criatividade. A conclusão foi de que os alunos praticantes de xadrez adquiram mais habilidades de pensamento crítico. (Apud SANTOS, 2009)

Logo, o xadrez mostra-se como uma ferramenta eficaz no ensino, visto que um dos principais atributos exercitados pela prática do Xadrez é a concentração, fundamental ao enxadrista, onde o jogador deve-se estar sempre pronto para as modificações estratégicas decorrentes dos lances do adversário e focalizar sua atenção nas implicações que cada um dos movimentos traz ao jogo. É sabido da importância da concentração para a assimilação dos conteúdos, tanto na física quanto em qualquer outra disciplina, assim como os processos cognitivos envolvidos no xadrez ele também auxilia na assimilação dos conteúdos no próprio ato de jogar, onde são feitas adaptações de cunho pedagógico, facilitando a compreensão do que é ensinado.

Nota-se a efetividade da utilização do xadrez como ferramenta pedagógica a partir de outra pesquisa apontada por Bortoluzzi (2010), citada por Rezende (2005).

(1976): Bélgica (os psicólogos da Universidade de Gand, os Dr. Christiaen Verhofstadt, depois de dois anos de experiências com dois grupos de 20 crianças entre 10 e 11 anos (alunos de 5ª série), observaram que o grupo experimental que receberam aulas de xadrez obteve aproveitamento 13,5% superior ao do grupo do ensino regular; New York-USA (1981): Joyce Brown constatou considerável melhora no comportamento dos – 60% menos incidentes e suspensões, além da melhora no aproveitamento escolar de até 50% na maioria dos estudantes envolvidos. Marina, Califórnia-USA (1985): George Stephenson, após 20 dias consecutivos desenvolvendo um trabalho com um grupo de estudantes, constatou os seguintes resultados entre os alunos que apresentaram maior aproveitamento escolar: rendimento acadêmico (55%); comportamento (62%); esforço (59%); concentração (56%) e auto-estima (55%) (REZENDE, 2005).

Como afirma Vygotsky (1998) "Embora no jogo de xadrez não haja uma substituição direta das relações da vida real, ele é sem dúvida, um tipo de situação imaginária". De acordo com o autor, através da aprendizagem do xadrez, o aluno poderia desenvolver habilidades e conhecimentos socialmente disponíveis, podendo contribuir com sua autoestima e aspectos relacionados ao desenvolvimento das diferentes faculdades cognitivas.

3 APLICAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Aqui iremos abordar como se procedeu os momentos nas 13 aulas realizadas nas turmas de 3º ano 01 e 3º ano 02 do ensino médio da escola Dr. Gabriel Sales Pimenta, durante esses encontros percebeu-se que uma das turmas estava mais engajada que a outra, tanto no decorrer das aulas quanto na aplicação do produto. Inicialmente foi aplicado aos alunos um questionário com 5 itens para eles responderem, nesse momento se desejava saber o que eles entendiam sobre vetores, xadrez e como eles enxergavam essa relação entre ambos, de forma surpreendente alguns disseram que nunca haviam estudado vetores, assim como menos de 20% dos alunos conheciam o xadrez razoavelmente, o que tornou o trabalho ainda mais desafiador, cabe ressaltar aqui que na escola, já se desenvolvia um clube de xadrez com aproximadamente 30 alunos participantes que muito contribuiu para a realização deste trabalho.

3.1 Primeira etapa

Na 1ª aula foram abordados os conceitos de direção, sentido e módulo, os alunos foram levados a refletir sobre a existência desses conceitos em seu cotidiano, foram mostrados vários exemplos e alguns exercícios em slides para reforçar a compreensão do conteúdo.

Figura 17: Turma do 3º ano 01.



Fonte: Autor, 2019.

Na 2ª aula, abordou-se o conceito de operações com vetores e vetores unitários, o conteúdo foi explanado de forma expositiva, dialógica e com boa interação dos alunos, foi trabalhado também alguns exemplos para ilustrar mais o

assunto e exercício para fixar mais o que se pretendia ensinar. Aqui os alunos tiveram um pouco de problema na parte operacional, em razão de sua dificuldade com cálculos, para facilitar e dinamizar mais foi aceito o uso de calculadora para verificação dos resultados encontrados.

Figura 18: Turma do 3º ano 02.

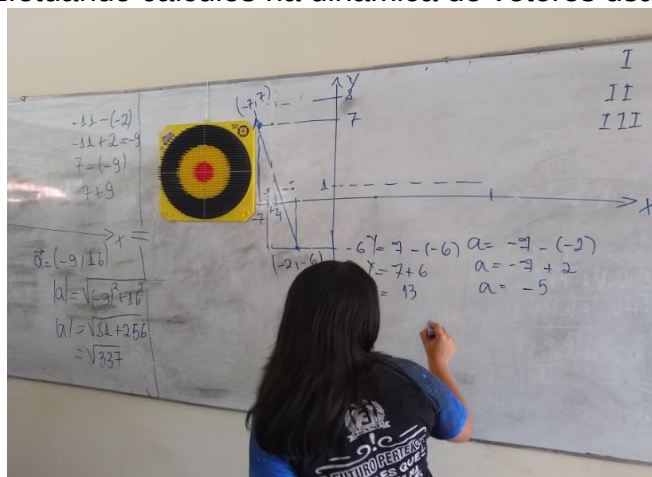


Fonte: Autor, 2019.

Na 3ª aula foi lecionado o conteúdo de equivalência de vetores, componentes vetoriais e cálculo de módulo de um vetor, nessa aula foi trabalhado bastante gráficos alguns mostrados em slides e outros construídos na lousa em sala de aula, esclarecendo ainda mais o conteúdo, foram resolvidos com eles alguns exercícios abordados em ENEM (exame nacional do ensino médio).

Na quarta aula tivemos uma dinâmica com o uso do jogo de dardo, abordando adição de vetores, componentes vetoriais e módulo de um vetor. Foi realizado uma minicompetição que abrangia duas modalidades criadas, maior módulo do vetor e maior soma de vetores, onde reuniu-se os alunos em grupos com média de 8 alunos cada para a disputa, cada componente do grupo tinha direito a dois lançamentos do dardo, a cada dois acertos do dardo no alvo se formava um vetor, o alvo é formado por várias coordenadas cartesianas, para ser validado tanto o módulo do vetor quanto a soma dos vetores os alunos do grupo deveriam fazer os cálculos necessários corretamente, caso contrário os vetores seriam anulados. A seguir temos algumas fotos desse encontro.

Figura 19: Efetuando cálculos na dinâmica de vetores usando o dardo.



Fonte: Autor, 2019.

Figura 20: Aluno fazendo o lançamento do dardo.



Fonte: Autor, 2019.

Fechando a 1ª etapa da aplicação tivemos a 5ª aula, onde foi aplicada uma prova com 10 questões, sendo 2 subjetivas e 8 objetivas, abordando o conteúdo estudado.

3.2 Segunda etapa

Na 6ª e 7ª aula inicia-se a 2ª etapa que foi destinada à prática do xadrez tradicional, conhecer as peças, aprender a movê-las, entender o valor inicial e posicional de cada peça assim como noções de estratégia de jogo. Também foi visto sobre os movimentos especiais, xeque e xeque-mate. Ressalta-se que houve a participação de alguns alunos do clube de xadrez da escola que muito contribuiu para a realização das aulas, auxiliando na atividade.

Na 8ª aula houve uma prova contendo 10 questões, sendo duas subjetivas e 8 objetivas, abordando os conhecimentos sobre o xadrez tradicional trabalhado nas aulas anteriores.

Na 9ª aula houve uma explicação do produto educacional que “batizamos” de xadrez vetorial, mostrando como funciona, as semelhanças e diferenças para o xadrez tradicional.

Na 10ª aula houve a aplicação do jogo xadrez vetorial, foi montada as mesas com os respectivos tabuleiros e peças com duplas de jogadores participando das partidas envolvendo o jogo. Por motivo de não ter cronômetro para todas as mesas usou-se o tempo de 10 minutos para cada partida com 30 segundos no máximo para cada jogador executar seu lance. Nesta etapa foi notório satisfação e entusiasmo dos discentes com o dinamismo do jogo.

Figura 21: Aplicação do produto educacional na turma 3º ano 01.



Fonte: Autor, 2019.

Figura 22: Aplicação do produto educacional na turma 3º ano 02.



Fonte: Autor, 2019.

Na 11ª aula, sendo a última da segunda etapa, foi realizada uma prova contendo 5 questões objetivas, a prova exigia conhecimento acerca do produto educacional e do conteúdo de vetores.

3.3 Terceira etapa

Na 12ª e 13ª aula tivemos a 3ª etapa da aplicação, nessa etapa foi criado um torneio com o jogo xadrez vetorial com a participação de 18 alunos de ambas as turmas e também foi aplicado o 2º questionário. O torneio foi criado no sistema eliminatório quem perdesse seria eliminado, vencendo avançaria de fase e empatando, dependendo dos resultados avançaria, cabe ressaltar que 9 dos 18 alunos participantes já tinham conhecimento prévio do jogo de xadrez tradicional, e ainda assim houve o destaque de uma aluna que conseguiu o 2º lugar, mesmo tendo aprendido jogar xadrez somente na segunda etapa da aplicação.

Figura 23: Torneio realizado.



Fonte: Autor, 2019.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com base nos dados obtidos nas etapas da aplicação pôde-se avaliar o que foi produzido possibilitando um diagnóstico do produto, sua eficácia no ensino da física e possíveis melhorias. Durante a aplicação era evidente um maior envolvimento por parte do 3º ano 01 em relação a outra turma, isso se refletiu nos resultados. Ressalta-se que algumas respostas apresentadas foram adaptadas visto que no questionário e nas provas haviam perguntas discursivas.

A princípio, a receptividade do jogo “xadrez vetorial”, não foi muito boa, até pela ideia que muitos alunos tinham de que o xadrez é um jogo complexo, e também pelo fato de que alguns não tinham um conhecimento prévio ou apenas noção superficial sobre o conteúdo de vetores. Entretanto com o decorrer dos encontros muitos começaram a ter mais interesse pelo jogo, inclusive dando sugestões de algumas mudanças que poderiam ser feitas.

Na primeira aula haviam 30 alunos em cada turma, contudo, devido a escola ser de tempo integral e funcionarem diversos projetos na mesma, o que acabou prejudicando a participação de todos os alunos, havendo um déficit no número de participantes.

4.1 Análise do Questionário 1 (diagnóstico)

Leite e Tassoni (2002) defendem que, em um plano de ensino, a decisão sobre como começar o curso deve ter o aluno como referência, fazendo-se necessária a investigação do que ele já sabe para poder definir o seu ponto de partida baseando-se nos conhecimentos prévios adquiridos pela turma. Tal prática aumentaria as possibilidades de aprendizagem dos alunos que, apoiados em conhecimentos anteriores, teriam melhores condições para avançar na compreensão de novos saberes. Com base nesta premissa o questionário 1, propiciou avaliar o nível de conhecimento prévio dos discentes acerca do conteúdo que foi trabalhado.

Tabelas (1 a 6) indicando as respostas dos alunos da turma **3º ano 01** (Apêndice B):

Pergunta 1- O que você entende por vetores?

Tabela 1: Dados obtidos da pergunta 1 do questionário 1.

Alternativas	Nº
É uma representação de sentido, direção, módulo e uma grandeza	10
É um segmento de reta que contém velocidade, força e inércia	2
Sentidos direita e esquerda	1
Possuem mesmo sentido direção e intensidade	3
Tem infinitas direções	1
São retas que possuem sentido e direção	5
Grandeza com sentido e intensidade	1
Nada	1
Não responderam	6

Fonte: Autor, 2019

Percebeu-se nesses dados que uns números consideráveis de alunos, mais da metade, não conheciam o conteúdo ou o conheciam superficialmente, e apenas cerca de 33% responderam satisfatoriamente.

Pergunta 2- O que você entende sobre xadrez?

Tabela 2: Dados obtidos da pergunta 2 do questionário 1.

Alternativas	Nº
É um jogo com estratégia e raciocínio lógico e que testa suas habilidades	9
É um jogo de tabuleiro disputado por dois participantes com peças de cores diferentes	3
É um esporte, classificado como jogo de tabuleiro de natureza recreativa ou competitiva	1
Jogo de tabuleiro com o objetivo de “capturar” o rei	1
Os movimentos das peças	1
Parece com o jogo de dama e sei o nome de algumas peças	1

Continua

Cont. tabela 2.

É um jogo	1
Nada	7
Não responderam	6

Fonte: Autor, 2019

Na tabela 2 percebe-se q muitos alunos não conheciam o xadrez, ou conheciam de modo superficial, apenas 30% dos alunos já tinham um bom contato com o jogo.

Pergunta 3 - Dê um exemplo prático no cotidiano de vetor e faça uma representação através de um desenho.

Tabela 3: Dados obtidos na pergunta 3 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Fizeram uma representação satisfatória de vetores	16
Representação inadequada	5
Não responderam	9

Fonte: Autor, 2019

A pergunta 3 demonstrou que muito aluno tem dificuldades em desenhar ou ficaram envergonhados em mostrar seu desenho, sendo evidenciado pelo alto índice de alunos que não responderam, ainda sim pouco mais de 50% dos alunos produziram representações satisfatórias.

Pergunta 4 - Você gosta de xadrez?

Tabela 4: Dados obtidos na pergunta 4 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Sim	14
Mais ou menos	9
Não	5
Não responderam	2

Fonte: Autor, 2019

Conforme tabela 4, menos de 50% da turma gostam de fato de xadrez, e os que responderem “mais ou menos” ou de maneira negativa, provavelmente tem essa opinião por não conhecerem ou acharem muito complicado, contudo apenas cerca de 17%, afirmaram não gostar de xadrez.

Pergunta 5- Qual a contribuição que o xadrez pode nos proporcionar?

Tabela 5: Dados obtidos na pergunta 5 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Melhorar o raciocínio, concentração, criatividade e relações sociais	15
Não sei	7
Não responderam	5

Fonte: Autor, 2019

Nesse item, constatou-se que cerca de 60% tinham noção dos benefícios do jogo, fato surpreendente, visto que muitos não conheciam a prática em questão.

Pergunta 6- O que você acha da ideia de associar vetores ao xadrez?

Tabela 6: Dados obtidos na pergunta 6 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Boa	15
Acho uma boa ideia, porém complicada	5
Mais ou menos	1
Não responderam	3

Fonte: Autor, 2019

Mais de 50% da turma consideram uma boa ideia essa junção, e apenas 3% dos pesquisados consideraram uma ideia ruim, sendo um ponto positivo para a aplicação do produto.

As tabelas 7 a 12 indicam as respostas dos alunos da turma **3º ano 02** (Apêndice B):

Pergunta 1- O que você entende por vetores?

Tabela 7: Dados obtidos da pergunta 1 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Tem módulo, direção e sentido além de ser uma grandeza	12
Que tem mesma distância e sentido diferente	1
Tem direção e sentido	8
Nada	7
Não responderam	2

Fonte: Autor, 2019

Percebe-se que apenas cerca de 40% dos alunos deram respostas satisfatórias, o que demonstra que boa parte da turma não tem o conceito claro de vetores, de forma surpreendente cerca de 23% dos discentes não sabem nada do assunto, um resultado similar a turma 3º01.

Pergunta 2- O que você entende sobre xadrez?

Tabela 8: Dados obtidos da pergunta 2 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Jogo que envolve raciocínio lógico, concentração, disciplina e matemática	11
É um jogo de tabuleiro disputado por duas pessoas, com 32 peças	3
É um jogo, cujo objetivo principal é capturar o rei	2
Nada	9
Não responderam	5

Fonte: Autor, 2019

Apenas cerca de 47% dos alunos responderam de forma satisfatória, 30% dos alunos responderam que não sabia nada e ainda um número elevado de resposta em branco cerca de 17%.

Pergunta 3- Dê um exemplo prático no cotidiano de vetor e faça uma representação através de um desenho

Tabela 9: Dados obtidos da pergunta 3 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Fizeram uma representação satisfatória de vetores	10
Representação inadequada	7
Não responderam	13

Fonte: Autor, 2019

Cerca de 33% dos alunos responderam satisfatoriamente, e assim como a outra turma houve um grande índice respostas em branco com cerca de 43%.

Pergunta 4- Você gosta de xadrez?

Tabela 10: Dados obtidos da pergunta 4 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Sim	8
Não	9
Mais ou menos	10
Não responderam	3

Fonte: Autor, 2019

Nessa turma é mais evidente a rejeição ao xadrez apenas cerca de 27% demonstram que de fato gostam, enquanto que 30% afirmam não gostar.

Pergunta 5- Qual a contribuição que o xadrez pode nos proporcionar?

Tabela 11: Dados obtidos da pergunta 5 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Ajuda na capacidade de tomar decisões, estratégia, matemática e no raciocínio lógico	14

Continua

Cont. tabela 11

Contribui com a interação social	1
Um passa tempo	4
Não sei	10
Não responderam	1

Fonte: Autor, 2019

Aqui houve 50% de respostas favoráveis e cerca de 33% afirmam não saber os benefícios da prática do jogo.

Pergunta 6- O que você acha da ideia de associar vetores ao xadrez?

Tabela 12: Dados obtidos da pergunta 6 do questionário 1.

Alternativas	Nº
Boa	16
Complicada	8
Ruim	2
Não sei	4
Não responderam	0

Fonte: Autor, 2019

Cerca de 53% da turma afirma que é uma boa ideia unir vetores ao xadrez, entretanto, um considerável número de alunos considera a junção muito complicada. Apenas cerca de 7% consideraram ruim relacioná-los.

O questionário 1 demonstrou que a turma 3º01, possuía uma certa vantagem em relação a outra turma para o desenvolvimento desta atividade, com o intuito de nivelá-las, houve a ajuda de alguns alunos do clube de xadrez, auxiliando como monitores em algumas atividades desenvolvidas.

4.2 Rendimento na prova 2 referente aos conhecimentos em xadrez

Tivemos três provas aplicadas nesse trabalho, a primeira e terceira prova abordavam o conteúdo de vetores, sendo feita uma prova antes da aplicação do produto educacional e a outra após, com o intuito de avaliar uma possível evolução dos discentes no decorrer das atividades. Já a segunda prova referia-se aos conhecimentos acerca do jogo de xadrez. A tabela 13 demonstra os dados comparativos do desempenho dos alunos na prova 2 (Apêndice E):

. Ressalta-se que 18 alunos do 3º ano 01 e 15 alunos do 3º ano 02 fizeram a referida prova.

Tabela 13: Desempenho dos alunos do 3º ano 01 e 3º02 na prova 2.

Questões	prova 2 aplicada no 3º ano 01			Questões	prova 2 aplicada no 3º 02		
	acertos %	erros %	em branco%		acertos %	erros %	em branco%
1	100%	0%	0%	1	80%	20%	0%
2	83%	17%	0%	2	73%	27%	0%
3	61%	39%	0%	3	53%	47%	0%
4	78%	22%	0%	4	47%	53%	0%
5	89%	11%	0%	5	73%	27%	0%
6	83%	17%	0%	6	67%	33%	0%
7	89%	11%	0%	7	60%	40%	0%
8	94%	6%	0%	8	87%	13%	0%
9	67%	6%	27%	9	73%	20%	7%
10	28%	27%	45%	10	13%	47%	40%

Fonte: Autor, 2019.

De acordo com a tabela 13, o 3º ano 01 teve um desempenho melhor em relação ao 3º ano 02, tendo um percentual de acertos maior em 9 das 10 questões, acredita-se que esses números possam ser reflexo do quantitativo de praticantes do xadrez serem maior na turma do 3º ano 01, e por terem demonstrado, ao longo da aplicação, mais interesse nas aulas. Os resultados demonstram também um bom aproveitamento de ambas as turmas, os discentes do 3º 01 atingiram um percentual de acertos superior a 60%, em 9 questões, assim como 100% de acertos na questão 1. O 3º 02, embora tenha tido desempenho inferior, percebe-se um bom aproveitamento, apenas 3, das 10 questões tiveram aproveitamento inferior a 60%, sendo um índice de acertos maior na questão 8, com 87%.

4.3 Dados comparativos entre a 1ª (Apêndice D) e a 3ª prova (Apêndice F) nas turmas do 3º ano 01 e 3º ano 02

Em ambas as provas procurou-se colocar questões com grau de dificuldades similares para nortear melhor os resultados, e assim obtê-los com maior precisão. Os dados de desempenho dos alunos das turmas de 3º ano 01 e 3º 02 são apresentados nas tabelas 14 e 15, respectivamente, onde a prova 1, foi realizada

antes da aplicação do produto educacional e a prova 3, realizada após sua aplicação.

Conforme Luckesi (1984), a adoção deste modelo de avaliação diagnóstica possibilita o conhecimento prévio dos conteúdos dominados pelos estudantes e as lacunas de aprendizagem para, a partir disso, definir o ponto de partida do processo de ensino tendo como referência o aluno.

Tabela 14: Evolução de desempenho da turma 3º ano 01 na prova 1 e prova 3.

Questões	prova 1			prova 3		
	acertos %	erros %	em branco%	acertos %	erros %	em branco%
1	47%	14%	39%	72%	18%	0%
2	61%	39%	-	78%	22%	0%
3	83%	7%	-	72%	28%	0%
4	65%	35%	-	67%	33%	0%
5	60%	40%	-	61%	39%	0%
6	57%	43%	-	83%	17%	0%
7	64%	36%	-	78%	22%	0%
8	61%	39%	-	89%	11%	0%
9	29%	32%	39%	72%	28%	0%
10	68%	32%	-	94%	6%	0%

Fonte: Autor, 2019.

Conforme a tabela 14, o desempenho da turma 3º ano 01 evoluiu de modo significativo, com exceção da questão 3, que houve uma queda de rendimento em 11%, nas demais questões houve uma melhora expressiva, podemos notar que apenas na questão 3 da prova 1 o desempenho foi superior a 70% de acertos, enquanto que na 3ª prova, 8 das 10 questões obtiveram desempenho superior a 70% de acertos. Outro fator relevante é quanto ao número de questões em branco na prova 3, o qual foi de 0% em todas as questões, enquanto que na prova 1 houve 39% de questões em branco em duas questões.

Tabela 15: Evolução de desempenho da turma 3º ano 02 na prova 1 e prova 3.

Questões	prova 1			prova 3		
	acertos %	erros %	em branco%	acertos %	erros %	em branco %
1	37%	36%	27%	67%	33%	0%
2	50%	50%	-	60%	40%	0%
3	64%	36%	-	73%	27%	0%
4	50%	50%	-	60%	40%	0%
5	50%	50%	-	60%	40%	0%
6	45%	55%	-	53%	47%	0%
7	59%	41%	-	80%	20%	0%
8	59%	41%	-	87%	13%	0%
9	14%	59%	27%	53%	47%	0%
10	64%	36%	-	93%	7%	0%

Fonte: Autor, 2019.

Na turma do 3º ano 02, não muito diferente da outra turma, teve uma significativa evolução em seu aproveitamento, na 1ª prova apenas em duas das 10 questões os alunos conseguiram aproveitamento de 60% ou mais, em contrapartida na prova 3, houveram 8 questões com pelo menos 60% de acertos. Podemos também destacar quanto ao número de questões em branco, onde na prova 3 não houveram nenhuma questão, enquanto que na prova 1 houve duas questões com um percentual de 27% de questões em branco.

Quando comparamos os dados de ambas as turmas nas provas, observa-se um desempenho melhor no 3º ano 01, entretanto considera-se aqui bastante significativo a acentuada melhora que ocorreu em ambas as turmas, principalmente em virtude da inicial rejeição ao conteúdo ministrado. Um fator a se lamentar durante a realização do trabalho é que o número de alunos das turmas na prova 3 caiu bastante em relação a prova 1, o que pode ter influenciado de maneira direta em alguns dos resultados.

McDONALD (2008), também percebeu essa melhora de desempenho com a prática do xadrez, a partir de uma pesquisa realizada durante os anos de 1987 a 1988, na qual 14 estudantes da 6ª série foram requisitados a ter aulas de xadrez regularmente. Nenhum aluno havia praticado até então. Os alunos realizaram antes e após as aulas de xadrez, o Teste de Habilidades Cognitivas (Test of Cognitive Skills -TCS) com as variáveis, memória e raciocínio verbal. Os resultados dos testes foram medidos estatisticamente, usando o teste t de significância. Os resultados

mostraram uma melhora média de 32% após a prática regular do xadrez. O teste também demonstrou que o xadrez foi estatisticamente significativo para os resultados obtidos no teste (Apud SANTOS, 2009).

Dentro deste contexto, Pimenta (2006) aponta a implantação do jogo de Xadrez como uma atividade de suma importância para o exercício do raciocínio lógico, destaca também que o jogo é capaz de enriquecer, não só o nível cultural do indivíduo, mas várias outras capacidades como a agilidade no pensamento, a memória, a segurança na tomada de decisões, o aprendizado na vitória e na derrota, a capacidade de concentração, entre outros aspectos.

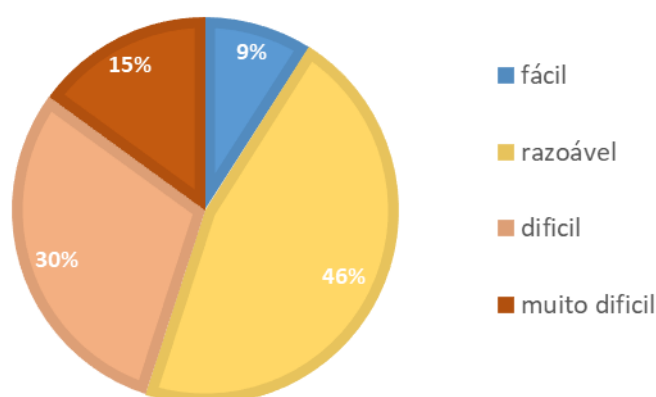
4.4 Questionário 2 (avaliação do produto educacional- Apêndice C)

Em vistas a melhorar o trabalho desenvolvido pensou-se em questionar os alunos acerca dos pontos positivos e negativos encontrados no produto apresentado, a seguir temos alguns gráficos com os respectivos pontos discutidos que ilustram a pesquisa feita.

Questionário 2

1) Como você considera esse jogo, quanto a jogabilidade:

Gráfico 1: Respostas da questão 1.

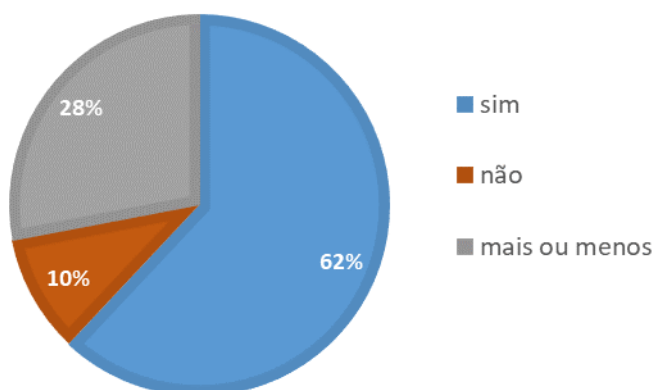


Fonte: Autor, 2019.

Apesar de inicialmente muitos demonstrarem dificuldade por conta de não saberem jogar xadrez, percebe-se uma significativa mudança, o gráfico mostra que 55% dos alunos acham o jogo razoável ou fácil, enquanto que 45% acham muito difícil ou difícil.

2) Você conseguiu perceber claramente os conceitos de vetores abordados nesse jogo?

Gráfico 2: Respostas da questão 2.

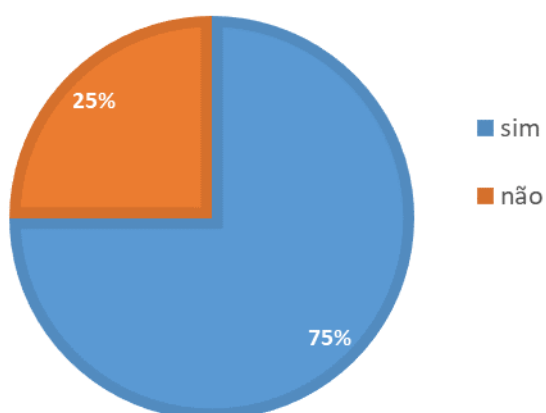


Fonte: Autor, 2019.

A partir do gráfico 2, nota-se um índice favorável no que se propunha o trabalho aplicado, pois 62% dos discentes conseguiram perceber com clareza os conceitos desenvolvidos e apenas 10% dos alunos se manifestaram de forma contrária.

3) Recomendaria a algum amigo praticar esse jogo?

Gráfico 3: Respostas da questão 3

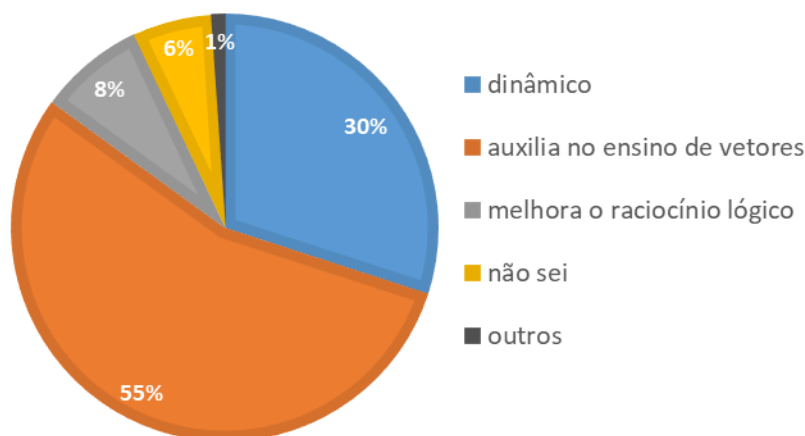


Fonte: Autor, 2019.

Um número expressivo de 75% dos alunos recomendaria a colegas a prática do jogo, dados que compravam que houve satisfação por parte dos alunos no trabalho desenvolvido (gráfico 3).

4) Cite algo que você achou interessante no jogo

Gráfico 4: Respostas da questão 4.

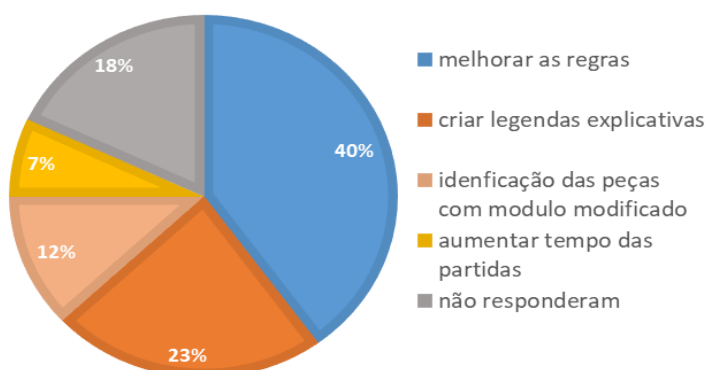


Fonte: Autor, 2019.

Com base no gráfico 4, cerca 55% dos discentes afirmaram que o jogo “xadrez vetorial” auxilia no ensino de vetores, outro dado a destacar é quanto ao seu dinamismo, 30% dos alunos afirmaram que o jogo é bem dinâmico, fato observado tanto nos alunos que já sabiam jogar xadrez quanto nos que aprenderam durante as aulas. E apenas 6% dos alunos não souberam opinar.

5) O que poderia ser melhorado no jogo?

Gráfico 5: Respostas da questão 5.



Fonte: Autor, 2019.

De acordo com o gráfico 5, houve uma participação considerável dos alunos em manifestarem o que poderia melhorar no jogo, e aqui podemos destacar quanto as regras, 40% gostariam de modifica-las, principalmente o início da partida, onde propuseram fazer um sorteio e não iniciar o jogo sempre com as peças claras, dar

mais poderio a peça cavalo, igualar o valor em módulo entre damas e reis, dentre outras. Outro dado relevante é que apenas 18% dos discentes deixaram de contribuir com possíveis melhorias no produto, demonstrando o engajamento dos discentes em participar do projeto.

De maneira geral observou-se um grande entusiasmo no decorrer da atividade, houve uma participação efetiva, da grande maioria dos discentes. Muitos discentes destacaram o dinamismo do jogo criado, pois achavam que o xadrez tradicional se prendia muito aos xeques e xeque-mate, além do mais as mudanças criadas não tiraram o caráter primordial do jogo a qual ele é inspirado, que é o raciocínio lógico, as combinações de lances e o cálculo com qualidade em menor tempo possível.

Outro ponto significativo observado, é o mesmo destacado por Sá (2003, p.3), que fala da capacidade do aluno desenvolver o seu próprio ritmo de aprendizagem do jogo, sendo esse o principal mérito da aprendizagem enxadrística, desde que adotada ludicamente, o fato de permitir que cada aluno possa progredir seguindo seu próprio ritmo e, assim, atender a um dos objetivos primordiais da Educação.

Com base nos resultados a pesquisa mostrou-se relevante no ensino da física, o jogo de xadrez vetorial possibilitou ao professor a difícil tarefa de ensinar física de forma prática e divertida, sem que houvesse interferência no processo de ensino e aprendizagem. Portanto, a proposta de inserir o jogo de xadrez no processo de ensino aprendizagem contribui para que o aluno se torne capaz de tomar decisões em situações que exigem o raciocínio rápido, e em busca de formar cidadãos íntegros por meio de uma atividade lúdica. Conforme destaca Bergamo (2009, p. 4):

[...] Sabemos que o lúdico influencia no desenvolvimento do indivíduo e na sua vida social. Brincando o indivíduo ultrapassa o que não está habituado a fazer e apreende melhor o conhecimento. Por meio da brincadeira, a criança envolve-se no jogo e sente necessidade de partilhar com o outro. Brincando e jogando, o jovem terá a oportunidade de desenvolver capacidades indispensáveis na sua futura atuação profissional, tais como: atenção, afetividade, concentração, tomada de decisões e outras habilidades psicomotoras.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde o início desse trabalho já se considerava desafiador atrelar vetores ao jogo de xadrez, contudo vimos que é possível sim, fazer algo inovador e que fosse agradável e acessível aos alunos. Quando se vê jovens produzindo e participando de modo ativo das atividades propostas, interagindo e dando contribuições, percebe-se a importância do trabalho produzido.

A ideia inicial do trabalho era produzir um jogo digital com base em um tabuleiro digital, entretanto tivemos muitas dificuldades para tal produção, daí veio a ideia de se usar algo bem acessível ao alunado como o próprio tabuleiro concreto, para tanto, o que se propunha era construir uma metodologia adequada e eficaz para o ensino no ambiente de sala de aula, no qual fosse possível ensinar alguns conceitos de vetores através de analogias com variantes do jogo de xadrez.

Enfatizamos aqui que nosso propósito com o jogo criado não era produzir grandes jogadores, com habilidade para ganhar campeonatos, mas sim produzir um bom recurso didático e quem sabe até despertar nos estudantes um maior interesse em aprender física. Contudo, é importante o conhecimento básico do jogo de xadrez tradicional para facilitar a compreensão do xadrez vetorial, o que foi um desafio na aplicação do produto pois muitos discentes não sabiam jogar xadrez.

Cabe aqui mencionar que a princípio desejava-se trabalhar outros conceitos também, como o da gravidade, 3ª lei de newton e conservação de energia, porém vimos que era mais adequado para um outro momento, podendo assim ser criadas novas variantes embasada no mesmo jogo.

Assim sendo deseja-se cada vez mais aperfeiçoar o trabalho, podendo serem feitas melhorias constadas após aplicação, tanto as sugeridas pelos alunos quanto as observadas pelo autor.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERGAMO, M. **O uso de metodologias diferenciadas em sala de aula: uma experiência no ensino superior**. Londrina, 2009. Disponível em: < <https://docplayer.com.br/3117898-O-uso-de-metodologias-diferenciadas-em-sala-de-aula-uma-experiencia-no-ensino-superior.html> >. Acesso em: 08 de julho 2020.

BORTOLUZZI, Francisco Carlos. **O XADREZ ESCOLAR**: um instrumento para melhorar a atenção e concentração dos alunos da 6ª série do ensino fundamental. Maringá- Pr: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2010. 2 v.

BRASIL. 1999, **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Ministério da Educação/Secretaria da Educação Média e Tecnológica, Brasília, 1999.

BRASIL. Parâmetros curriculares nacionais: **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional- nº 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, 1996. Disponível em:< http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm> Acesso: 08 de julho 2020.

CASTRO, Celso. Uma história cultural do xadrez. **Cadernos de Teoria da Comunicação**, Rio de Janeiro, v.1, nº2, p.3-12,1994.

COSTA, Luciano Gonsalves; BARROS, Marcelo Alves. Ensino da física no Brasil: problemas e desafios. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 12., 2015, Curitiba. **Congresso**. Curitiba: Educere, 2015. p. 10982 - 10982.

DAUVERGNE, Peter. O caso do xadrez como ferramenta para desenvolver as mentes de nossas crianças. In: FILGUTH, Rubens. **A importância do xadrez**. Porto Alegre: Artmed, 2007. p. 11-17.

FERNANDES, Emerson Ferreira. **AS DIFICULDADES DE COMPREENDER FÍSICA DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DAS ESCOLAS PÚBLICAS DE IGUATU – CE**. 2016. 46 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura Plena em Física, Universidade Estadual do Ceará, Faculdade de Educação, Ciências e Letras de Iguatu, Iguatu, 2016.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários a prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, p. 25. 2005.

GIUSTI, Paulo. **História ilustrada do xadrez**. São Bernardo do Campo, SP. P.Giusti – 2002. Disponível em:<<https://books.google.com.br>>. Acesso em: 07 de julho de 2019.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de física volume 1. Editora LTC, 2016.

HEWITT, Paul G. **Física conceitual**. 9. ed. San Francisco: Bookman, 2002. 789 p.

INEP - INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS **ANÍSIO TEIXEIRA**. Censo Escolar, 2017. Brasília: MEC, 2017. Disponível em < http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2018/notas_estatisticas_Censo_Escolar_2017.pdf>. Acesso em 10 de agosto de 2019.

LEITE, S. A. S. Afetividade nas Práticas Pedagógicas. **Temas em Psicologia/ Sociedade Brasileira de Psicologia** V. 20, n. 2, (2012) Ribeirão Preto [SP, Brasil]: Sociedade Brasileira de Psicologia, p.355-368.

LEITE, S. A. S.; TASSONI, E. C. M. A afetividade em sala de aula: as condições de ensino e a mediação do professor. In: AZZI, R.; FALCÃO, A. M. S.. (orgs.) **Psicologia e formação docente: desafios e conversas**. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002.

LUCKESI, C. C. Avaliação Educacional Escolar: para além do autoritarismo. **Tecnologia Educacional**, nº 61, Nov/Dez, 1984.

NÉRICE, I. G. **Didática geral dinâmica** . 10 ed., São Paulo: Atlas, 1987.

SANTOS, Marcel Silveira dos. A ABSTRATIVIDADE DAS CIÊNCIAS QUÍMICAS, FÍSICAS E MATEMÁTICAS. **Saber Científico: O XADREZ COMO AUXÍLIO NO DESENVOLVIMENTO DAS HABILIDADES COGNITIVAS**, Porto Velho, p. 63-69, 2009.

SÁ, A. V. M. de. et al. **Xadrez:cartilha**. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, 3 ed. 2003. 26p.

PIMENTA, Ciro José Cardoso, **XADREZ: esporte, história e sua influência na sociedade**. Disponível em <http://www.cex.org.br>. Acessado em: 07 de julho de 2019.

VAILLANT, D.; MARCELO, C. Ensinando a ensinar. **As quatro etapas de uma aprendizagem**. Curitiba: Editora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2012.

VEIGA, I. P. A. **Técnicas de ensino: novos tempos, novas configurações**. Papirus Editora, 2006.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

APÊNDICES

Apêndice A- Produto educacional

Com o intuito de fornecer aos educandos do ensino médio uma forma alternativa de abordar conteúdos físicos de modo lúdico e prazeroso foi produzido um jogo de tabuleiro, sendo o mesmo regulado pelas regras oficiais do xadrez com algumas modificações e adaptações. O jogo é composto por tabuleiro e peças tradicionais do xadrez, onde no tabuleiro houveram modificações quanto as nomeações das colunas **a** a **h**, sendo trocadas por números de 1 a 8, exemplificando as linhas simulando um plano cartesiano. O xadrez vetorial terá uso de um tabuleiro com 32 peças, nesse jogo, os movimentos das peças são similares aos tradicionais com pequenas modificações. O jogo elaborado aborda diversas ideias de cálculos matemáticos e raciocínio lógico, conceito de vetores. A seguir trataremos com mais detalhes sobre o jogo:

Xadrez vetorial

Os conhecimentos que podem ser abordados com esse jogo são múltiplos, tais como força resultante, 3ª lei de newton, gravidade, vetores, entre outros, entretanto exploraremos aqui alguns conceitos abordados em vetores.

Trata-se de uma variante do jogo de xadrez, o qual é jogado em um tabuleiro de 64 casas por 2 jogadores, utilizando 8 peões, 2 bispos, 2 cavalos, 2 torres, 1 dama e 1 rei cada. Nesse jogo cada oponente terá peças de cores distintas, um de cor clara e o outro de cor escura, as partidas são jogadas em tempo de 20 minuto corridos, sendo que cada jogador tem no máximo 30s para pensar a jogada e executar seu lance, ou caso use o cronômetro de xadrez, cada jogador terá 10 min regressivo de tempo de jogo e nesse caso quem ficar sem tempo primeiro, e a partida não tiver decidida, será decretado perdedor. Vence o jogo quem ao término do tempo tiver maior pontuação de peças, caso seu oponente desista, se seu adversário cometer numa mesma partida três lances ilegais ou tiver “capturado” (xeque-mate) o rei adversário. Serão casos de empates: tiverem a mesma pontuação ao término da partida e não tiver fazendo o uso do cronometro de xadrez, se os atletas concordarem em empate e em fins de partida em que: resta no tabuleiro apenas cavalo contra cavalo, rei contra rei, bispo contra bispo, torre contra

torre, dama contra dama e ainda rei e cavalo contra rei e cavalo. Se um jogador executar um lance ilegal será penalizado com a perda de 1 ponto, dois lances ilegais perderão dois pontos e caso haja um terceiro lance ilegal perderá a partida.

Durante as partidas as peças claras são continuamente atraídas pelas peças escuras, porém nem sempre ocorrem essas atrações entre elas, vejamos a seguir as regras de atrações para cada peça:

- **Peões:** só poderão atrair **peões, bispos, damas e reis** desde que estejam na mesma diagonal.
- **Bispos:** só poderão atrair **bispos, peões, damas e reis** desde que estejam na mesma diagonal.
- **Cavalos:** só poderão atraírem os cavalos do oponente no jogo, geralmente sua função será de proteção ao rei.
- **Torres:** só poderão atrair **torres e damas** (desde que estejam na mesma linha ou na mesma coluna)
- **Reis:** só poderão atrair **reis, damas** se tiverem na mesma horizontal, vertical ou diagonal e poderão atrair **bispos e piões** (desde que estejam na mesma diagonal) e **torres** (caso esteja na mesma horizontal ou na mesma vertical).
- **Damas:** atrairão **damas e reis** se estiverem na mesma linha, coluna ou na mesma diagonal. Atrairá **bispos e peões** (quando estiverem na mesma diagonal), e quando estiverem na mesma linha ou coluna também atrairá as **torres**.

No caso de uma situação no jogo de múltiplas atrações entre as peças prevalecerá a de maior atração (entende-se aqui essa maior atração quando houver peças de maior módulo se traindo), caso as múltiplas atrações de peças sejam equivalentes em módulos o jogador poderá escolher qual ocorrerá primeiro. Quando houver atração do rei com outra peça estando ela protegida o rei não poderá captura-la com exceção se for rei atraindo rei, onde ambos sairão do jogo quando atraído.

Cada uma das peças do tabuleiro terão uma pontuação inicial no jogo, rei valor infinito, damas 9 pontos, torres 5 pontos, bispos 3 pontos, cavalos 3 pontos e peões 1 pontos.

As peças de xadrez, com exceção da dama terão no jogo limites em sua locomoção peão andará 1 casa para frente, bispo no máximo 3 casas na diagonal, torres no máximo 5 casas na horizontal ou vertical, damas é a única que não terá limites de locomoção poderá andar as 8 casas na horizontal, vertical e diagonal,

estando as mesmas vazias, os reis apesar de terem pontuação infinita só andarão uma única casa, podendo esse movimento ser na horizontal, vertical ou diagonal, o cavalo a exemplo do peão terá o mesmo movimento no jogo de xadrez tradicional, vale ressaltar também que nesse jogo diferentemente do xadrez tradicional rei pode atrair rei se estiverem em suas áreas de alcance anulando-se assim as duas peças.

Nesse jogo a ideia de xeque ou xeque perpetuo não existe, porém a de xeque-mate existe, desde que haja uma peça atraindo o rei e estando essa peça protegida pelo rei, os demais pontos que aqui não forem mencionados no xadrez vetorial seguem a regra da FIDE (federação internacional de xadrez). Quando ocorre a atração, as peças de mesma magnitude se anulam e consequentemente são retiradas do tabuleiro, já quando as peças tiverem diferenças em seus módulos mantem-se no tabuleiro apenas a mais “forte”, entretanto a que permanece no tabuleiro perde a pontuação correspondente a peça que foi retirada e consequentemente terá mais limitações em suas locomoções.

Veremos as possibilidades de movimentação para cada peça nesse jogo com dois digramas ilustrando:

Peões: moverão 1 casa sempre para frente.

Cavalos: moverão 3 casas formando um L.

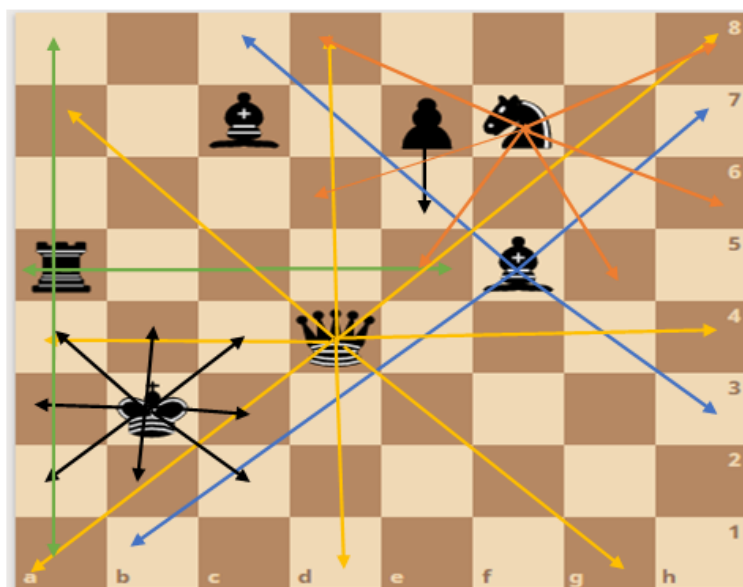
Bispos: moverão até 3 casas na diagonal.

Torres: moverão até 5 casas na vertical e horizontal.

Damas: moverão as 8 casas na vertical, horizontal e diagonal.

Reis: moverão 1 casa na vertical, horizontal e diagonal.

Figura 24: diagrama representando as formas que as peças se movimentam.



Fonte: autor, 2019

A seguir temos algumas fotos que ilustram situações do jogo:

Figura 25: Representação de atração entre as peças e suas respectivas eliminação pelo cálculo de vetores.



Fonte: Autor, 2019.

Observe que nessa imagem temos duas peças claras atraindo duas peças das escuras o pião C4 das claras atrai o pião D5 das escuras e nesse caso como seus módulos são iguais o vetor resultante entre eles é nulo, causando assim a saída de ambos do tabuleiro, já no caso da outra situação ocorre atração entre o bispo escuro da casa A4 com a dama da casa D1, como o módulo da dama é 9 e do

bispo é 3, o vetor resultante entre eles não será nulo, o bispo será retirado do tabuleiro, já a dama permanecerá no tabuleiro porém com menor módulo, pois passará a ter módulo 6 e com isso só poderá andar no máximo 6 casas ao invés de 8 casas.

Na figura a seguir teremos mais algumas questões a abordar sobre o jogo xadrez vetorial.

Figura 26: foto representando atrações simultâneas entre as peças.



Fonte: Autor, 2019.

Observe que nessa figura a torre escura da casa B5 não exerce força de atração no bispo da casa clara C4, porém atrai a torre clara da casa B1, e nesse caso como seus módulos se equivalem e estão na mesma direção em sentidos opostos o vetor resultante entre eles é nulo, ocasionando assim a retirada de ambas do tabuleiro, uma questão que vamos analisar é a posição do bispo da casa escura F6 da casa escura, perceba que ele exerce atração a duas peças claras o bispo G5 e a rainha D4, pela regra da atração mútua prevalece a de maior atração, logo ocorrerá o seguinte: o bispo da casa escura F6 atrai dama da casa clara D4, gerando como vetor resultante “dama” com módulo 6. A “dama clara” ficará na posição do bispo que o atraia e na sequência do jogo atrairá a dama escura da casa D8.

A seguir veremos um caso ilustrando xeque-mate onde automaticamente o executor do lance vencerá a partida.

Figura 27: Um cheque mate (fim de jogo) de dama protegida pela torre.



Fonte: Autor, 2019.

Apêndice B- Questionário 1

- 1) O que você entende por vetores?
- 2) O que você entende sobre xadrez?
- 3) Dê um exemplo prático no cotidiano de vetor e faça uma representação através de um desenho.
- 4) Você gosta de xadrez?
- 5) Qual a contribuição que o xadrez pode nos proporcionar?
- 6) O que você acha dessa ideia de associar vetores ao xadrez?

Apêndice C- Questionário 2

- 1) Você considera esse jogo, quanto a jogabilidade:
 - a) Fácil
 - b) Razoável
 - c) Difícil
 - d) Muito difícil

- 2) Você conseguiu perceber claramente os conceitos de vetores abordados nesse jogo?

- 3) Recomendaria a algum amigo praticar esse jogo?

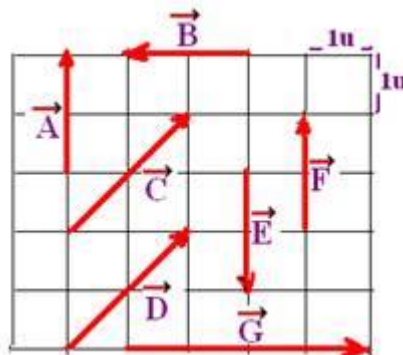
- 4) Cite algo que você achou interessante no jogo

- 5) O que poderia ser melhorado no jogo?

Apêndice D - Prova 1

Adaptado de Física vestibular. Disponível em: < Fisicaevestibular.com.br >

1) Observe a figura a seguir e determine quais os vetores que:



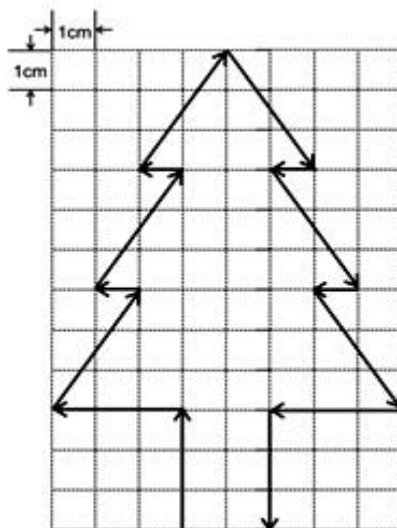
- a) Tem a mesma direção.
 - b) Tem o mesmo sentido.
 - c) Tem a mesma intensidade (módulo)
 - d) São iguais.
- 2) São grandezas escalares:
- a) tempo, deslocamento e força
 - b) força, velocidade e aceleração
 - c) tempo, temperatura e volume
 - d) temperatura, velocidade e volume
 - e) tempo, temperatura e deslocamento
- 3) Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20m/s, horizontal e para a direita, estamos definindo a velocidade como uma grandeza:



- a) Escalar b) algébrico c) linear d) vetorial
- 4) Verifique quais são as grandezas escalares e vetoriais nas afirmações abaixo:
- a) O deslocamento de um avião foi de 100 km, na direção Norte do Brasil.
 - b) A área da residência a ser construída é de 120,00 m².

- c) A força necessária para colocar uma caixa de 10 kg em uma prateleira é de 100 N.
- d) A velocidade marcada no velocímetro de um automóvel é de 80 km/h.
- 5) Um jogo de futebol tem um tempo de duração de 90 minutos. Assinale a alternativa que apresenta a sequência correta.
- a) Vetorial, vetorial, escalar, vetorial, escalar.
 - b) Vetorial, escalar, escalar, vetorial, escalar.
 - c) Escalar, escalar, vetorial, vetorial, escalar.
 - d) Vetorial, escalar, vetorial, vetorial, escalar.
 - e) Escalar, escalar, vetorial, escalar, escalar.
- 6) Desprezando-se a força de resistência do ar, a aceleração de queda de um corpo nas proximidades da superfície terrestre é, aproximadamente, igual a 10m/s^2 .
- Nessas condições, um corpo que cai durante 3 segundos, a partir do repouso, atinge o solo com velocidade igual a v , após percorrer, no ar, uma distância h .
- Das grandezas físicas citadas, têm natureza vetorial:
- a) aceleração, velocidade e força;
 - b) força, aceleração e tempo;
 - c) tempo, velocidade e distância;
 - d) distância, tempo e aceleração;
 - e) velocidade, força e distância.
- 7) Os ponteiros de hora e minuto de um relógio suíço têm, respectivamente, 1 cm e 2 cm. Supondo que cada ponteiro do relógio é um vetor que sai do centro do relógio e aponta na direção dos números na extremidade do relógio, determine o vetor resultante da soma dos dois vetores correspondentes aos ponteiros de hora e minuto quando o relógio marca 6 horas.
- a) O vetor tem módulo 1 cm e aponta na direção do número 12 do relógio.
 - b) O vetor tem módulo 2 cm e aponta na direção do número 12 do relógio.
 - c) O vetor tem módulo 1 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.
 - d) O vetor tem módulo 2 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.
 - e) O vetor tem módulo 1,5 cm e aponta na direção do número 6 do relógio.

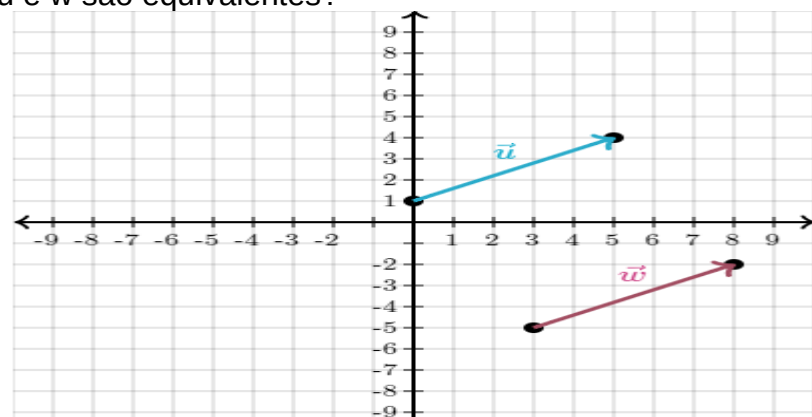
8) Considere a árvore de natal de vetores, montada conforme a figura a seguir.



A alternativa correta que apresenta o módulo, em cm, do vetor resultante é:

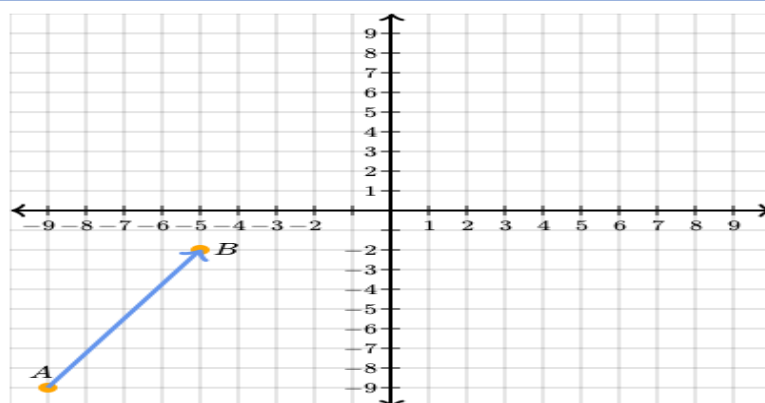
- a) 6
- b) 5
- c) 4
- d) 2
- e) 0

9) Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{w}$ são equivalentes?

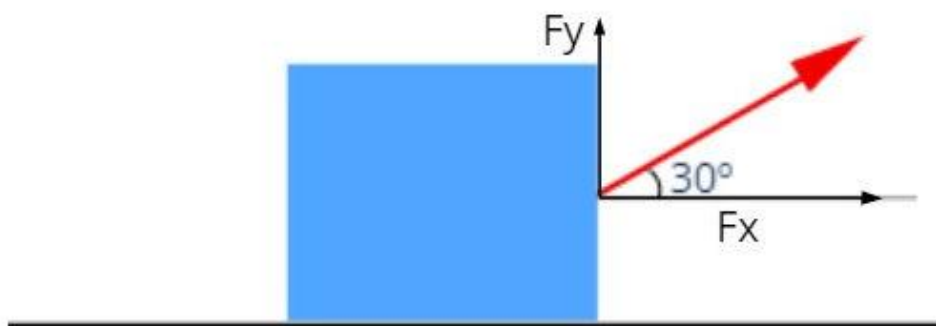


- a) Sim, eles são equivalentes.
- b) Não, eles têm a mesma magnitude, mas sentidos diferentes.
- c) Não, eles têm o mesmo sentido, mas magnitudes diferentes.
- d) Não, eles têm magnitudes e sentidos diferentes.

10) Encontre as componentes do vetor indicado abaixo:



- 11) Uma força de módulo igual a 10 N é aplicada sobre um corpo em um ângulo de 30° , como mostrado na figura a seguir. As componentes x e y dessa força são iguais a:



- a) $\sqrt{2}$ N e 2 N, respectivamente.
- b) $\sqrt{3}$ N e 5 N, respectivamente.
- c) $5\sqrt{3}$ N e 5 N, respectivamente.
- d) $10\sqrt{3}$ N e 5 N, respectivamente.
- e) $\sqrt{3}$ N e 10 N, respectivamente.

Apêndice E - Prova 2

- 1) No jogo de xadrez, qual é a peça que anda em "L"?
 - a) Cavalo
 - b) Rei
 - c) Bispo
 - d) Peão
 - e) Rainha

- 2) O que significa a expressão "xeque-mate"?
 - a) A rainha corre perigo
 - b) Propõe que o adversário abandone o jogo
 - c) Quem falou está desistindo da partida
 - d) Permissão para jogar outra vez
 - e) Significa que o rei adversário está sob ataque e não tem como escapar

- 3) Quando um peão chega até a última casa do tabuleiro, o que acontece?
 - a) Fim de jogo para o adversário
 - b) Troca-se o pião por uma outra peça
 - c) Outro peão entra em jogo
 - d) Elimina-se uma peça qualquer (menos o rei) do adversário
 - e) Ele se transforma obrigatoriamente em uma rainha

- 4) Como o rei se movimenta no xadrez?
 - a) Uma casa por vez e para qualquer lugar, sendo essa casa não ameaçada
 - b) Para qualquer lugar, pois ele é o rei
 - c) Ele não se movimenta
 - d) Nas diagonais
 - e) Ele pode movimentar três casas por vez

- 5) Qual o principal objetivo do xadrez?

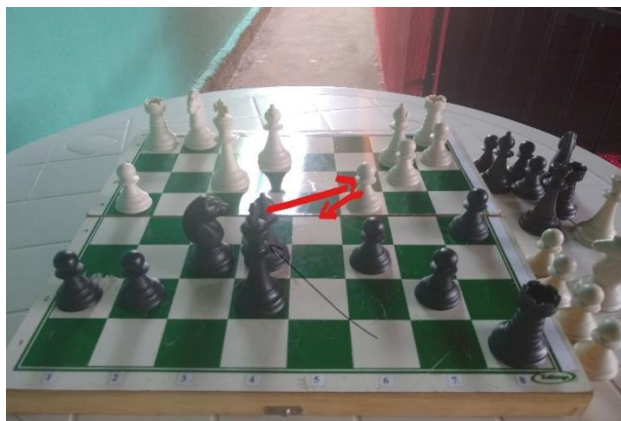
- a) Capturar todos os peões
 - b) Converter as peças inimigas usando o bispo
 - c) Deixar o rei do oponente sem movimentos válidos e em xeque
 - d) Comer todas as peças do adversário
 - e) Deixar o adversário sem possibilidades de movimentos
- 6) Como o bispo se movimenta?
- a) Na diagonal
 - b) Na horizontal
 - c) Uma casa por vez
 - d) Na vertical
 - e) Na horizontal e vertical
- 7) Qual peça pode-se movimentar apenas na horizontal e na vertical?
- a) Rei
 - b) Bispo
 - c) Peão
 - d) Torre
 - e) Rainha
- 8) Qual a peça mais valorizada depois do rei?
- a) Bispo
 - b) Peão
 - c) Rainha
 - d) Cavalo
 - e) Torre
- 9) Quantas peças de xadrez cada jogador possui no início do jogo? E o tabuleiro de xadrez é dividido em quantas casas?
- 10) Explique como fazemos para rocar numa partida de xadrez.

Apêndice F - Prova 3

- 1) Qual o vetor deslocamento desse cavalo destacado pela seta preta nessa partida sabendo que foi executado com ele apenas esses dois lances e considerando o tabuleiro de xadrez como sendo um plano cartesiano:



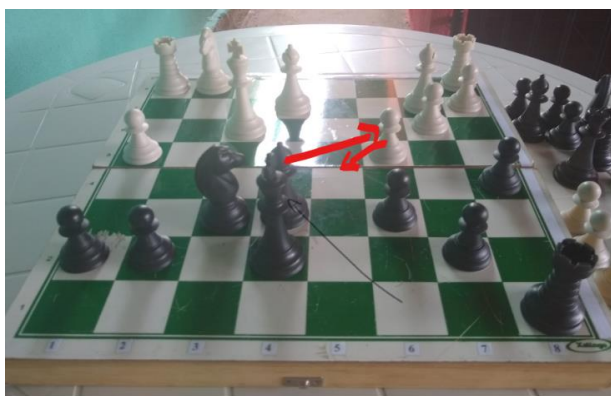
- a) 4
b) 5
c) $\sqrt{18}$
d) $\sqrt{20}$
e) $\sqrt{12}$
- 2) Ainda em relação a figura da questão anterior os dois vetores que estão representando os movimentos do cavalo são:
- a) Congruentes
b) Vetores de sentidos contrários
c) Não congruentes com mesma direção
d) Vetores de mesma magnitude e sentidos diferentes
e) Vetores com mesmo módulo, mesma direção e diferente sentido.
- 3) Numa partida de xadrez vetorial um jogador executou o lance com o bispo conforme mostra a figura a seguir:



Após a execução desse lance qual deveria ser a nova configuração do tabuleiro?



a)



b)



c)



d)

- 4) Num torneio realizado na escola Dr. Gabriel Sales Pimenta houve uma partida de xadrez vetorial em que o tempo de ambos os jogadores acabou, abaixo temos a foto após o último lance da partida.



Com base na foto é correto afirmar que:

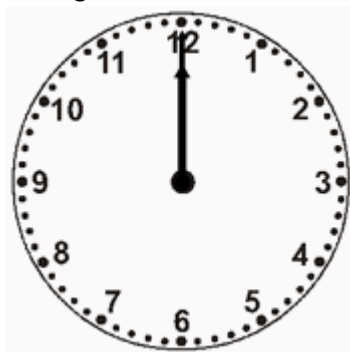
- a) As negras venceram
 - b) As claras venceram
 - c) Houve empate
 - d) Mesmo acabando o tempo rei das negras captura o cavalo por conta da atração múltiplas das peças
- 5) A seguir temos outra foto tirada do torneio referido na questão anterior e da mesma forma o tempo de ambos jogadores acabou.



Com base na foto é correto afirmar:

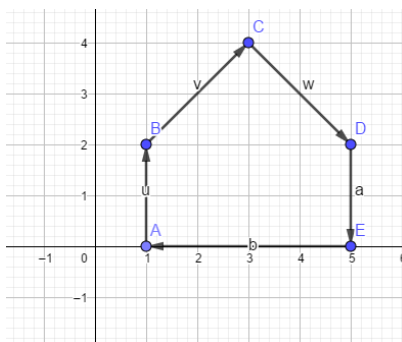
- a) As negras venceram
- b) As claras venceram
- c) Houve empate
- d) Mesmo com tempo acabado as damas saem do jogo por conta da tração que existe entre elas e possuem mesmo módulo.

- 6) Os ponteiros de hora e minuto de um relógio têm, respectivamente, 3 cm e 5 cm. Supondo que cada ponteiro do relógio é um vetor que sai do centro do relógio e aponta na direção dos números na extremidade do relógio. Qual o vetor resultante da soma dos dois vetores correspondentes aos ponteiros de hora e minuto que estão sendo representados na figura abaixo?



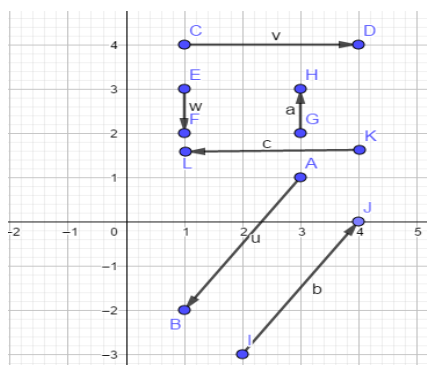
- b) 2 cm apontando para o 12
- c) 3 cm apontando para o 6
- d) 5 cm apontando para o 6
- e) 8 cm apontando para o 12
- f) 8 cm apontando para o 6

- 7) Qual o vetor deslocamento considerando a figura a seguir:



- g) 8
- h) 5
- i) 3
- j) 2
- k) 0

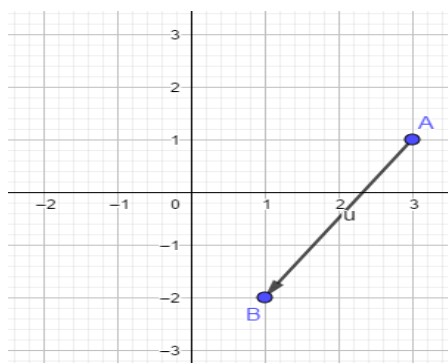
8) Com relação aos vetores destacados na figura abaixo:



É correto afirmar que:

- a) Os vetores **u** e **b** possuem mesma magnitude e mesmo sentido.
- b) Os vetores **w** e **a** possuem mesma direção e mesma intensidade.
- c) Os vetores **c** e **v** possuem mesmo módulo e mesmo sentido.
- d) São vetores equivalentes os pares de vetores (**a** e **w**) e (**u** e **v**).
- e) Apenas os pares de vetores (**w** e **a**) e (**c** e **v**) são equivalentes.

9) Encontre as componentes do vetor representado na figura a seguir:



- 10) Numa partida de xadrez um bispo é deslocado da casa (3,1) para a casa (6,4), conforme mostra a figura abaixo, quais as componentes vetoriais de x e y.

